

Examen de Physique LP 106

Durée de l'épreuve : 2 h

L'utilisation de documents, calculatrices et téléphones portables est interdite

I. ŒIL HUMAIN ET VISION

Les Parties A et B sont indépendantes.

Rappels mathématiques : Pour des petits angles, $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ exprimé en radian ; 1 radian correspond approximativement à 3400 minutes d'arc.

L'œil humain est constitué d'une suite de milieux transparents (cornée, humeur aqueuse, cristallin, humeur vitrée) et d'une rétine formée de cellules réceptrices. De façon très simplifiée, l'œil normal au repos (figure 1) peut être assimilé à une lentille mince convergente de centre optique S sur l'axe optique, séparant l'air d'un milieu d'indice plus élevé. La distance focale $f' = SF'$ est telle que le foyer image F' est situé à l'intersection de la rétine et de l'axe optique.

Partie A : Formation des images

- 1) Quel est le domaine des longueurs d'onde détectables par l'œil (en précisant les couleurs correspondantes aux valeurs extrêmes) ?
- 2) Justifier (sans calculs) la marche des rayons (a) parallèle à l'axe optique légèrement au-dessus, (b) confondu avec l'axe optique, (c) oblique et passant par le centre optique S. Tracer soigneusement ces rayons sur une figure analogue à la figure 1 ci-dessous).
- 3) Pour un œil normal sans accommodation, précisez où se forme l'image d'un objet P à l'infini sur l'axe optique.
- 4) La personne, qui avait une vision préalablement normale, a subi un accident de la route (elle a reçu un choc dans l'œil). L'examen de l'œil après l'accident ne révèle qu'un décollement de rétine qui réduit la profondeur de l'œil (distance cornée - rétine) de $D = 24$ mm à $D' = 22$ mm. Les milieux transparents de l'œil n'ont pas été touchés. Quel défaut présente cet œil après l'accident ? Justifier à l'aide d'un schéma en indiquant la marche d'un faisceau incident parallèle à l'axe optique avant et après l'accident. Indiquer ce qui en résulterait pour la vision.
- 5) A quelle distance de S se forme l'image d'un objet situé à l'infini avant et après l'accident ?
- 6) Pour corriger le défaut de cet œil pour la vision à l'infini, il suffirait de placer juste devant l'œil une lentille, qui ramènerait P', l'image de P sur la rétine. Quelle type de lentille faut-il utiliser ? Indiquez sur une nouvelle figure la marche des rayons (a) et (b) de la question 2 entre l'objet et l'œil, et dans l'œil.
- 7) En supposant, que le centre optique de la lentille de correction est situé très près de la lentille représentant l'œil, calculer la distance focale f_L' et la vergence V_L de la lentille de correction.

Partie B: Pouvoir séparateur

- 8) Pour que l'œil puisse discerner deux points A et B, il faut que leurs images A' et B' sur la rétine soient formées sur deux cellules séparées d'au moins une cellule (figure 2). C'est une *limite de résolution physiologique* imposée par la taille caractéristique d'une cellule (détecteur de lumière). On désigne par d le diamètre d'une cellule et par θ l'angle sous lequel l'œil voit l'image A'B'. Justifier le fait que θ doit pratiquement être supérieur à $2d / f'$ pour que les images A' et B' soient discernables. En déduire la valeur approchée (en minute d'arc) minimale de θ , pour d de l'ordre de 4 micromètres et f' de l'ordre de 20 mm.
- 9) Par ailleurs, un phénomène impose une *limite instrumentale à la résolution* angulaire qui peut être atteinte par un instrument (microscope, télescope, œil). Nommez et expliquez brièvement ce phénomène ? Le diamètre angulaire de la tache d'une pupille circulaire de rayon R est donnée par

$\theta_{\text{diff}} = 1,22 \lambda / R$. Estimez ce diamètre angulaire moyen dans le visible pour un rayon de la pupille de l'œil $R=1$ mm. Laquelle des deux limites de résolution (instrumentale ou physiologique) impose après tout la résolution limite d'observation d'image ?

10) On appelle diamètre apparent l'angle sous lequel l'œil voit un objet d'apparence circulaire à l'infini. Indiquer, en justifiant vos conclusions par le résultat précédent, si l'œil peut discerner quelques détails sur la surface de la Lune (diamètre apparent 30 minutes d'arc) et sur celle de la planète Mars (diamètre apparent atteignant 0,2 minute d'arc).

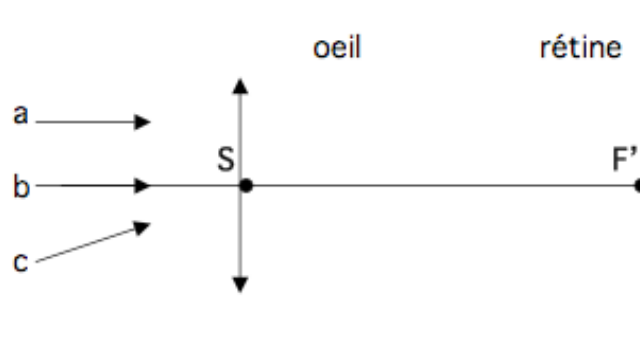


Figure 1

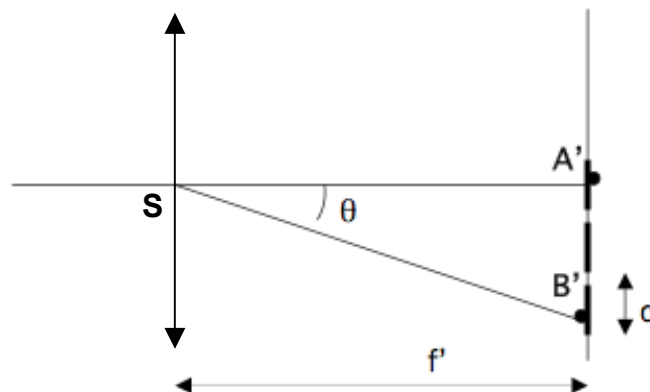


Figure 2

II. L'OREILLE ET LA SENSATION AUDITIVE

Les Parties A, B, et C sont indépendantes. Si nécessaire pour des calculs, on prendra $\pi \approx 3$.

Un ingénieur du son doit sonoriser une salle de concert pour un groupe de emorock qui a l'habitude de jouer fort.

Partie A : Onde stationnaire dans le canal auditif

Le canal auditif de longueur moyenne $L=2,5$ cm se comporte comme un tuyau sonore ouvert du côté du pavillon et fermé au niveau du tympan. A l'intérieur de ce canal, il se forme un système d'onde stationnaire à la fréquence f . On cherche à modéliser le mouvement des molécules d'air autour de leur position d'équilibre. Le système d'onde stationnaire est le résultat des interférences de deux ondes progressives sinusoïdales se propageant à la vitesse $v_{\text{air}}=300$ m/s en sens inverse le long du canal.

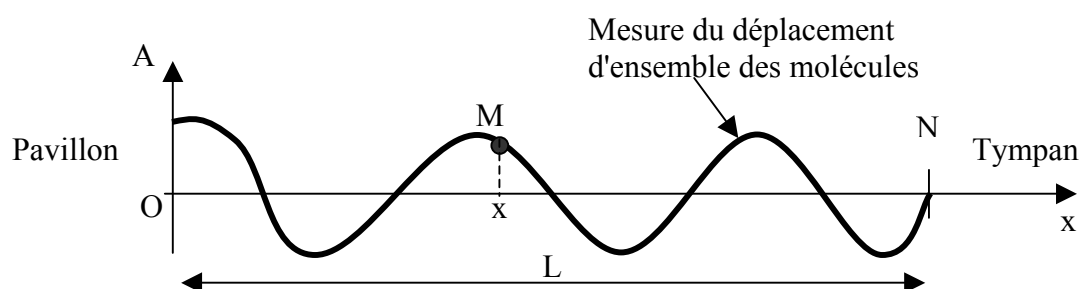


Figure 1

1) Description de l'onde progressive se propageant dans le sens des x croissants.

a) Cette onde est-elle longitudinale ou transversale ? Pourquoi ?

b) L'onde progressive se propageant dans le sens des x croissants produit un déplacement d'ensemble des molécules par rapport à leur position d'équilibre en O de la forme $A_i(0,t) = A_0 \sin(\omega t + \phi_0)$. Définissez A_0 , ω , et ϕ_0 et leurs unités dans le système international.

c) On donne $\phi_0 = 0$ rad. Sachant que la perturbation produite par l'onde incidente en O se propage sans déformation le long du canal dans le sens des x croissants, montrer que la perturbation à l'instant t créée en M ($0 \leq x \leq L$) est de la forme $A_i(x,t) = A_0 \sin(\omega t - kx)$ en précisant l'expression de k en fonction de ω et v_{air} .

d) Définissez k et donnez son unité.

2) L'onde incidente se réfléchit en N ($x=L$) et donne naissance à une onde $A_r(x,t)$ se propageant dans le sens des x décroissants. On appelle r le coefficient de réflexion des elongations en N.

a) Donnez l'expression $A_i(x=L, t)$ du déplacement produit en N ($x=L$) par l'onde incidente en fonction de t, L, k, et ω .

b) En déduire l'expression $A_r(x=L, t)$ du déplacement produit en N ($x=L$) par l'onde réfléchie en fonction de r, t, L, k, et ω .

c) Montrer qu'en M ($0 \leq x \leq L$), l'onde réfléchie produit un déplacement $A_r(x,t) = rA_0 \sin(\omega t + kx - 2kL)$

d) On donne $r \approx -1$. Quel déphasage est introduit par la réflexion sur le tympan ?

3) L'elongation $A(x,t)$ au point M résultant de la superposition de l'onde incidente $A_i(x,t)$ et de l'onde réfléchie $A_r(x,t)$ est donnée par $A(x,t) = A_i(x,t) + A_r(x,t)$

a) Montrez que $A(x,t) = 2A_0 \cos(\omega t - kL) \sin(kL - kx)$.

On rappelle que : $\sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

et que : $\sin(a) - \sin(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

b) L'expression de $A(x,t)$ trouvée est-elle celle d'une onde stationnaire ou progressive ? Justifiez votre réponse.

c) Sachant que le déplacement en O a une amplitude maximale, montrez que $kL = (2n+1)\pi/2$.

d) Quelles sont les valeurs de n possibles ?

e) Exprimez la fréquence f_n des ondes résonantes en fonction de v_{air} , L, n

f) Que vaut la fréquence fondamentale f_0 ?

g) Donnez le domaine de fréquence des sons audibles par l'oreille humaine. Quelle est la valeur de n maximale associée à la fréquence qu'un être humain peut entendre ?

h) Si l'oreille est remplie d'eau (célérité du son dans l'eau : $v_{\text{eau}} = 1500$ m/s), que devient la fréquence fondamentale ?

Partie B : Intensité acoustique transmise à l'oreille interne

Au niveau du tympan, le coefficient de réflexion r n'est pas strictement égal à -1 afin de permettre la transmission des vibrations mécaniques à la cochlée de l'oreille interne contenant un liquide (semblable à de l'eau) dans lequel baignent les cellules sensorielles.

4) a) 99,9 % de l'intensité acoustique I perçue au niveau du tympan est transmise à la cochlée. Que vaut T le coefficient de transmission en énergie ?

b) En déduire la perte de niveau sonore en dB lors du passage du tympan à l'oreille interne.

5) On rappelle que l'intensité de référence à 1000 Hz est $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

- a) Pour des raisons de santé publique lors du concert, on limite le niveau sonore à $\beta_1 = 90\text{dB}$. Donnez I_1 l'intensité maximale que doit produire un haut-parleur dans l'air. Que vaut I_2 l'intensité produite dans l'oreille interne ?
- b) Sachant que l'amplitude de pression acoustique dans un milieu d'impédance acoustique Z est reliée à l'intensité acoustique par la relation $I = \frac{p_0^2}{2Z}$, que l'impédance de l'air est $Z_{\text{air}} = 400 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ et que celle de l'eau est $Z_{\text{eau}} = 1,5 \times 10^6 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$, calculez les pressions acoustiques maximales acceptées dans l'air et dans la cochlée.

Partie C : Acoustique de la salle

L'ingénieur du son installe un haut-parleur (source S_1 sur figure 2) à une distance $a=50 \text{ cm}$ d'un mur. Un auditeur situé à une distance de $D=4\text{m}$ devant perçoit alors en même temps une partie de l'onde sonore qui a suivi un trajet direct (chemin 1) ainsi qu'une partie qui s'est réfléchi sur le mur (chemin 2).

- 6) La réflexion sur le mur suivant les lois de Snell-Descartes, rappelez la relation entre i et i' . Montrez que le triangle (ISS') est isocèle, où S' est le symétrique de S par rapport au mur.
- 7) Exprimez la différence de marche entre les deux chemins δ en fonction des distances SJ et $S'J$.
- 8) Montrez que la différence de marche est $\delta = D \times \left(\sqrt{1 + (2a/D)^2} - 1 \right)$
- 9) Sachant que $D \gg a$, montrez que $\delta \approx 2a^2 / D$. On rappelle que $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$ lorsque $\varepsilon \ll 1$.
- 10) Quelles relations doivent satisfaire δ et la longueur d'onde λ pour que les interférences entre les deux chemins soient constructives ?
- 11) Quelles sont les fréquences qui seront amplifiées au niveau de l'auditeur ?

