Examen de Physique LP 106

Durée de l'épreuve : 2 h

L'utilisation de documents, calculatrices et téléphones portables est interdite

I. DÉTECTION D'UNE EXOPLANÈTE PAR VARIATION DE VITESSE DE L'ÉTOILE

Les parties A, B et C sont indépendantes. Si nécessaire pour des calculs, on prendra $\pi \approx 3$.

Une exoplanète est une planète qui orbite autour d'une étoile autre que le Soleil. Les méthodes de détection ne permettent pas encore de voir de telles planètes directement ; la technique présentée ici consiste à détecter l'influence de la planète sur l'étoile en mesurant la variation de vitesse de l'étoile au cours du temps.

Partie A : Observation de l'étoile au télescope

On modélise de façon simplifiée le système optique constituant un télescope par une lentille mince convergente, L_1, de distance focale f'_1=5 m.

a) Les étoiles sont des objets à l'infini, dont on obtient des images sur un détecteur CCD. Où faut-il placer la surface du détecteur pour obtenir des images nettes ?

b) Soit E_1 une étoile dans la direction qui fait un angle α avec l'axe optique. Son image se forme sur le détecteur à 50 cm de l'axe optique. Quelle est la valeur du petit angle α en radian ? Quelle est approximativement sa valeur en degrés ? Faire un schéma en indiquant les positions des foyers F_1 et F'_1.

c) Si l'on avait observé le ciel à l'aide d'un oculaire constitué d'une lentille mince divergente, L_2, de distance focale f'_2 = - 1 m, comment aurait-il fallu disposer L_2 par rapport à L_1 pour que les images des étoiles vues par l'oeil se forment à l'infini (pour éviter à l'œil d'avoir à accommoder) ?

d) Refaire le schéma avec l'objectif et l'oculaire en indiquant la position des foyers (F_1, F'_1, F_2 et F'_2). Représenter le rayon provenant de E_1 et passant par le centre de la lentille L_1, en expliquant sa marche après la traversée de L_1, puis la construction qui permet de déterminer sa marche après la traversée de L_2.

Partie B : Mesure de la vitesse d'une étoile

On remplace maintenant le détecteur par un système (fibre et spectro) qui permet d'enregistrer la variation de l'intensité de l'étoile en fonction de la longueur d'onde. À certaines longueurs d'onde, l'intensité reçue est très faible, en raison de l'absorption de la lumière par certains composants de l'étoile elle-même, comme par exemple du sodium ; on parle ainsi de raies d'absorption. Pour mesurer la vitesse de déplacement de l'étoile, on mesure l'effet Doppler-Fizeau sur les raies d'absorption, c'est-à-dire leur décalage en longueur d'onde par rapport à celles d'une étoile qui serait immobile.

a) Rappeler l'expression de la longueur d'onde λ d'une onde électromagnétique en fonction de sa fréquence f et de sa vitesse de propagation c (égale à 3×10^8 m s^{-1}). On sait, d'après des expériences de laboratoire, que le sodium produit une raie d'absorption à f = 5×10^{14} Hz. Quelle est sa longueur d'onde ?

b) Cette raie est-elle dans le domaine des longueurs d'onde visibles (dont on rappellera les limites approximatives avec les couleurs correspondantes) ?

c) Si la **valeur absolue de la vitesse v_S** d'une source électromagnétique est très faible devant la vitesse de propagation de la lumière c, l'effet Doppler-Fizeau s'écrit de la même manière que l'effet Doppler pour les ondes acoustiques. Rappeler dans ces conditions ($v_S << c$), l'expression de la fréquence f' perçue par un observateur fixe, pour une source S qui émet des ondes de fréquence f et vitesse de propagation c, en se déplaçant à la vitesse v_S **(en valeur absolue)** sur l'axe passant par l'observateur et la source. On distinguera deux cas, suivant que la source s'approche ou s'éloigne de l'observateur.

d) En déduire que pour une étoile émettant de la lumière (avec $v_S << c$), il vient :
$(\lambda' - \lambda) / \lambda = \pm v_S/c$, où λ est la longueur d'onde dans le référentiel de la source, λ' la longueur d'onde dans le référentiel de l'observateur, v_S la valeur absolue de la vitesse de déplacement de la source sur l'axe passant par l'observateur et c la vitesse de la lumière.

e) Dans quel cas les astronomes parlent-ils de « décalage vers le rouge » et pourquoi ?

f) Dans le spectre d'une étoile observée depuis la Terre, on identifie la même raie d'absorption du sodium à une longueur d'onde λ'=600,1 nm. Quelle est la vitesse de cette étoile par rapport à l'observateur ?

g) On observe de nouveau cette étoile la nuit suivante. La raie d'absorption du sodium est alors à une longueur d'onde différente λ'' (supérieure à λ), correspondant à une vitesse de déplacement par rapport à l'observateur de 50,5 km/s. Quelle est la valeur de λ'' ?

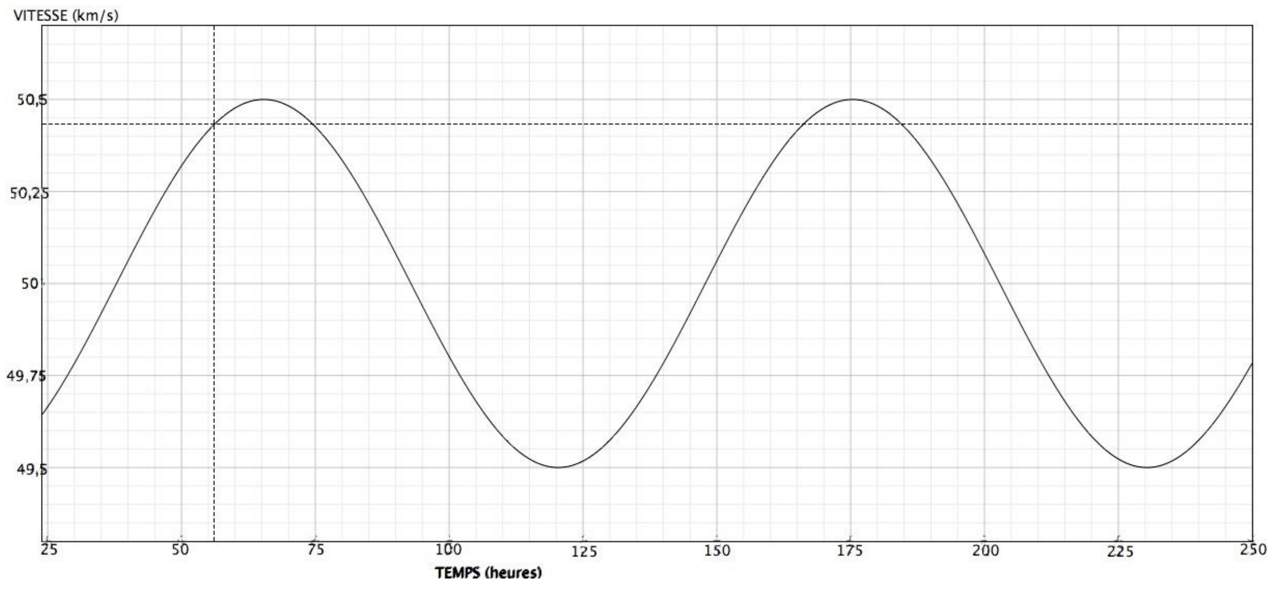
Partie C : Type de l'exoplanète détectée

Soit un système constitué d'une étoile et d'une planète ; chacun des objets décrit une orbite autour du centre de masse du système. Si l'on observe l'étoile en continu, on constate donc que sa vitesse varie de façon périodique avec le temps t comme sur la figure ci-dessous.

a) Une étoile ayant une exoplanète présente ainsi une variation de vitesse qui peut être modélisée par une sinusoïde lorsque l'orbite de la planète est quasi-circulaire, avec $v(t) = V_0 \sin(\omega t) + C$, où C est une constante.
Que représentent V_0 et ω ? Quelle est l'expression de la période T ?

b) A l'aide du graphique, déterminer les valeurs numériques de C, V_0 et de la période de révolution de la planète autour de son étoile. En déduire la valeur de ω.

c) Lorsque la planète a une orbite circulaire de rayon R autour de son étoile, sa masse M_P est donnée par : $V_0^2 = G M_P / R$,
où $G \approx 7x10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} est la constante de gravitation. Calculer la masse de l'exoplanète pour $R=10^{10}$ m. Cette planète a-t-elle une masse comparable à celle de la Terre, sachant que $M_{Terre} \approx 6x10^{24}$ kg ?



II. LES ONDES SUR LA PLAGE AU CLAIR DE LUNE

Un jeune guitariste qui passe ses vacances au bord de la mer est parti jouer de la guitare sur la plage au clair de Lune. Une amie qui a décidé d'aller l'écouter, le cherche dans la pénombre.

Les Parties A, B, et C sont indépendantes. Si nécessaire pour des calculs, on prendra $\pi \approx 3$.

Partie A : Accordage de la guitare

Pour accorder sa guitare, le guitariste forme sur une corde un système d'onde stationnaire à la fréquence f. On cherche à modéliser le mouvement d'un point de la corde. Le système d'onde stationnaire est le résultat des interférences de deux ondes progressives sinusoïdales se propageant à la vitesse v en sens inverse le long de la corde. On suppose que la corde coïncide avec l'axe x lorsqu'elle est au repos (cf figure 1). Un point de la corde se déplace alors selon l'axe y au passage de l'onde.

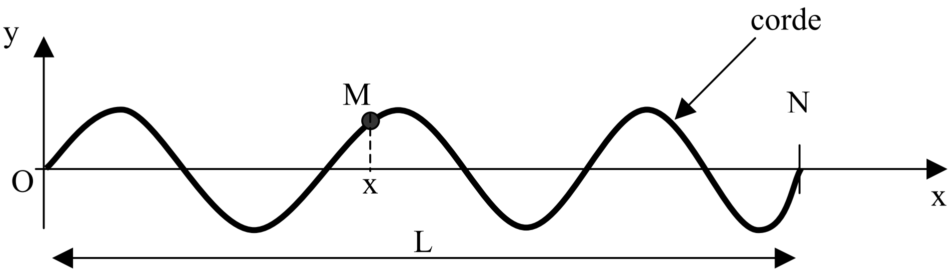


Figure 1

1) Description de l'onde progressive se propageant dans le sens des x croissants.

a) Cette onde est-elle longitudinale ou transversale ? Pourquoi ?

b) L'onde progressive se propageant dans le sens des x croissants produit un déplacement de la corde en O de la forme $y_i(0,t)=y_0 \sin(\omega t+\varphi_0)$. Nommez y_0, ω, et φ_0 et leurs unités dans le système international.

c) A t=0 s, le déplacement vertical produit par cette onde incidente est nul (et le point matériel de la corde va se déplacer dans le sens des y positifs). Déterminer la valeur de φ_0.

d) Sachant que la perturbation produite par l'onde incidente en O se propage sans déformation le long de la corde dans le sens des x croissants, montrer que la perturbation à l'instant t créée en M $(0 \le x \le L)$ est de la forme $y_i(x,t)=y_0 \sin(\omega t-kx)$ en précisant l'expression de k en fonction de ω et v.

e) Nommez k et donnez son unité.

2) L'onde $y_r(x, t)$ se propageant dans le sens des x décroissants a la même amplitude et une phase à l'origine π. On admettra que l'onde résultante $y(x,t) = y_i(x,t) + y_r(x,t)$ est donnée par $y(x,t) = -2y_0 \cos(\omega t)\sin(kx)$.

a) La corde est fixée aux extrémités O (x=0) et N (x=L). Quel est le déplacement vertical résultant imposé aux extrémités ?

b) A partir du déplacement en N, exprimer la relation qui lie k et L.

3) L'onde stationnaire satisfait l'équation de d'Alembert, $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ où F représente la force de tension et μ la masse linéique (ou masse par unité de longueur) de la corde.

a) A partir des dérivées partielles de y(x, t) et de l'équation de d'Alembert, exprimez la relation entre F, μ, k et ω.

b) En déduire l'expression des fréquences f possibles en fonction de F, μ et L.

c) Le mode fondamental (ou premier mode) produit sur cette corde est un La(3) (fréquence f_1=400 Hz). La longueur de la corde est L=1 m et la masse linéique est μ=0,1 g/m. Quelle doit être la tension de la corde pour que celle-ci soit accordée ?

Partie B : Réflexion sur la falaise

Lorsque le jeune homme plaque un accord, il peut percevoir un écho du fait de la réflexion sur une falaise située à une distance d=20 m. On supposera que la guitare se comporte comme une source sonore ponctuelle d'une onde émise a la fréquence f_l=400 Hz et se propageant à la vitesse de v_{son}=300 m.s^{-1} dans l'air.

4) a) Après quel intervalle de temps t_1, l'écho parvient-il aux oreilles du jeune guitariste ?

b) L'onde émise est-elle sphérique ou plane ? Expliquez brièvement.

c) Sachant que l'intensité est de l'onde est $I_1=10^{-6}$ W/m^2 à 1 mètre de l'instrument, donnez l'intensité I_{20} de l'onde acoustique lorsqu'elle arrive sur la falaise. En déduire le niveau sonore β_{20} en dB. (On donne log(2)=0,3 et on rappelle que $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}).

5) L'impédance acoustique de la roche est $Z_{roc}=10^7$ kg.m^{-2}.s^{-1} et celle de l'air Z_{air}=400 kg.m^{-2}.s^{-1}. Sachant que le coefficient de réflexion des élongations lorsqu'une onde acoustique rencontre une interface en allant d'un milieu d'impédance Z_1 vers un milieu d'impédance Z_2 s'écrit : $r_{12} = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2)$

a) Evaluez le coefficient $r_{air\text{-}roc}$. Quel déphasage introduit la réflexion sur la roche ?

b) Donnez le coefficient de réflexion en intensité $R_{air\text{-}roc}$ en fonction de $r_{air\text{-}roc}$. Que vaut $R_{air\text{-}roc}$?

c) Quelle sera l'intensité I de l'écho perçue par l'oreille ?

Partie C : Localisation spatiale du guitariste

La jeune fille cherche à localiser son ami dans le noir en se fiant à ses sens auditifs. Pour cela, le cerveau décode l'information reçue par les deux oreilles O_1 et O_2 à partir d'une même source S située dans la direction θ (voir la figure 2 ci-dessous). La distance entre les deux oreilles est a=20 cm. On suppose que la corde de guitare produit une vibration acoustique de la forme $A(r,t)=\frac{A_0}{r}\sin(\omega t - k_{son} r)$ à une distance r.

8) Donnez les valeurs de k_{son} et de la longueur d'onde λ_{son} de l'onde associée dans l'air. (On prendra f_l=400 Hz et v_{son}=300 m.s^{-1})

9) Donnez l'expression de la vibration acoustique produite par S en O_1 puis celle produite en O_2.

10) Que vaut la phase φ_1 de la vibration reçue en O_1 ?

11) Que vaut la phase φ_2 de la vibration reçue en O_2 ?

12) Exprimez le déphasage $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ entre les deux vibrations perçues au niveau des deux oreilles en fonction de k_{son} et de $\delta = r_1 - r_2$, la différence de marche entre les deux ondes puis en fonction de λ_{son} et δ.

13) La source S se trouve à une distance extrêmement grande par rapport à a et la longueur d'onde. Refaites un schéma approprié et exprimez la différence de marche δ en fonction de a et θ. En déduire l'expression du déphasage en fonction de λ_{son}, a et θ.

14) Le cerveau perçoit une différence de phase $\Delta\varphi = 0,8$ rad. En déduire la direction θ vers laquelle doit se diriger la jeune fille pour retrouver son ami. (On rappelle que $\sin(30°) = 0,5$, $\sin(45°) = 0,7$ et $\sin(60°) = 0,87$).

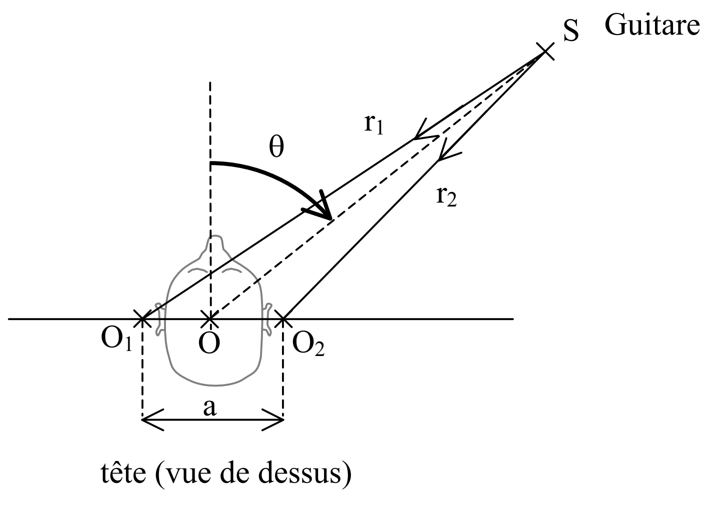


Figure 2