Université Pierre et Marie Curie **21 Janvier 2008**

LP106

Ondes : Son et Lumière.

Calculatrices, téléphones portables, et tout autre appareil électronique sont interdits.
On donnera les résultats d'abord sous forme littérale, puis sous forme numérique (avec une précision adaptée à la précision des données).
Tous les résultats devront être justifiés, au moins brièvement.

Le phénomène de battements.

En acoustique musicale le **battement** est une perception sonore due au mélange de deux sons, de fréquences fondamentales voisines, ou contenant des fréquences harmoniques voisines.

Si deux sources sonores (par exemple, deux diapasons) envoient des ondes sonores avec une *fréquence presque égale*, on ne perçoit aucun son séparé, mais un son unique dont le volume varie au cours du temps, devenant périodiquement plus petit, puis plus grand, et ainsi de suite . . . Ce phénomène est appelé *battement* et peut être expliqué par la superposition des deux ondes.

Considérons deux ondes à une dimension, se propageant dans le même sens, de mêmes amplitudes et de fréquences voisines, soit

$\Psi_1(x,t) = a_0 \sin[\omega_1(t-x/c)]$ et $\Psi_2(x,t) = a_0 \sin[\omega_2(t-x/c)]$.

Nous posons $\omega = (\omega_2+\omega_1)$ et $\delta\omega = (\omega_2-\omega_1)$. Nous supposons en outre les relations $0<\delta\omega<<\omega$.

a) Montrer par le principe de superposition que l'onde résultante peut être mise sous la forme

$\Psi(x,t)= A(x,t)\ \zeta(x,t)$,

où

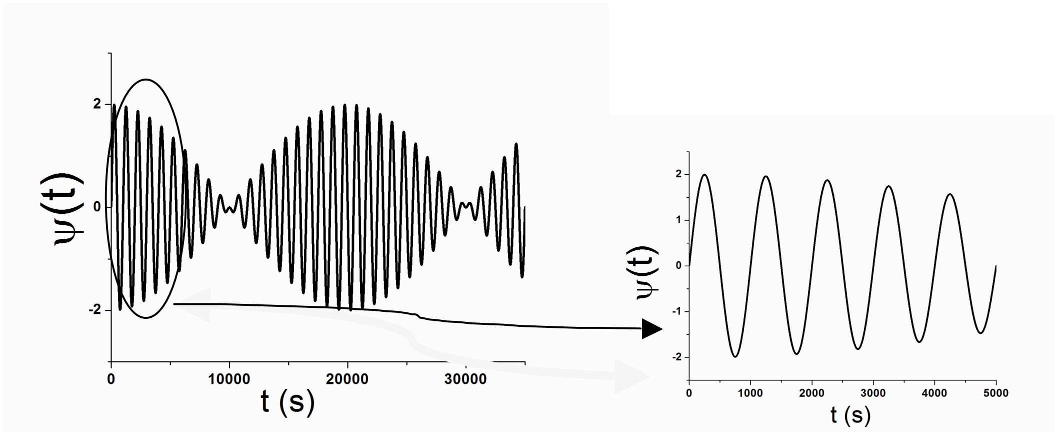
$A(x,t)= 2\ a_0 \cos[0{,}5\ \delta\omega(t-x/c)]$ et $\zeta(x,t)= \sin[\omega(t-x/c)]$.

b) L'évolution temporelle de l'onde a été tracée dans la figure 1. Déterminer les valeurs numériques de a_0 ,ω et $\delta\omega$.

c) Pendant toute une durée Δt, un observateur fixe, M, immobile en un point d'abscisse X_M a l'impression que l'amplitude de l'onde $\Psi(x,t)$ reste pratiquement constante. Limiter Δt par rapport aux temps caractéristiques de l'onde $\Psi(x,t)$.

d) Combien vaut la période des battements, T_B , perçue par l'observateur ? Exprimer T_B en fonction de $\delta\omega$. Comparer T_B à la période le l'onde $A(x,t)$, T_A. A partir de la notion *d'intensité* d'une onde expliquer pourquoi T_B est différent de T_A ?

e) Quelles sont les fréquences ν_1 et ν_2 des ondes émises par les deux diapasons ? Un observateur se rapproche de la source sonore avec une vitesse de norme v (v>0 n'est pas orientée). On suppose tout d'abord que seul le diapason 1 émet. La fréquence perçue par l'observateur est-elle supérieure ou inférieure à ν_1 ? Que vaut sa valeur ? Si les deux diapasons émettent maintenant (et son placés approximativement au même point), quelle est la nouvelle fréquence des battements perçue par l'observateur en mouvement ?



Faut-il faire confiance aux dictateurs ?

Un dictateur belliqueux habitant sur Terre dans une ville située en A veut détruire la ville située en B sur Terre qui est diamétralement opposée à A, mais sans se faire remarquer. Son ministre de la recherche lui suggère d'utiliser les ondes sismiques de surface en les amplifiant à chaque fois qu'elles ont fait un tour de la Terre. Pour les amplifier, il contraint la population de son pays à sauter en phase d'une hauteur de 1 m.

On rappelle l'équation de l'oscillateur harmonique soumis à une force extérieure

1) Sachant que la vitesse des ondes sismiques de surface est de 7 Km/s, calculer le temps mis pour une onde à parcourir un tour de la Terre dont le rayon R est de 6700 Km.

   On prendra π x 6700 = 21000.

2) A quelle fréquence et à quel temps caractéristique il faut faire sauter les habitants pour avoir une amplification de l'onde ?

3) Essayant de faire sauter de 1 m de hauteur 20 millions d'habitants pesant 50 Kg chacun, quelle est l'énergie maximum qui peut être transmise à l'onde à chaque tour ? On prend $g=10 m/s^2$.

4) Sachant que l'énergie mise en jeu dans un séisme est de 10^{16} Joules, combien de sauts doit effectuer la population pour amplifier l'onde jusqu'à 10^{16} Joules. Combien d'années cela représente-t-il ?

5) Une fraction de la population conteste cette méthode. Pour l'éloigner un tunnel est creusé entre les villes situées A en B et passant par le centre de la Terre. Le dictateur veut envoyer la population en B. Le tunnel est équipé de rails, et cette population est placée dans un train qui roule sans frottement. L'équation de propagation du train est donnée par :

   $d^2r/dt^2 = -\omega^2 r$ avec $\omega^2 = 4/3\ \pi\rho\ G$.

   ρ masse volumique de la Terre = 5500 Kg/m^3 et G=constant de gravitation= 6,7 10^{-11} SI ; Donner les dimensions et les unités de mesure de G.

   La population est-elle effectivement envoyée en B comme le voulait le dictateur ? Calculer le temps mis par le train pour effectuer un aller-retour en n'utilisant que la gravitation.

6) Quel changement simple pourrait effectuer le dictateur sur l'équation du train pour perdre effectivement la population, cette fois-ci au centre de la Terre ? Comment serait changée alors

cette équation ? Tracer qualitativement la nouvelle forme du mouvement du train en fonction du temps. Proposer un moyen de le réaliser concrètement sur le train.