Université Pierre et Marie Curie
LP 106
Ondes : Son et Lumière

EXAMEN
18 décembre 2007

Durée : 2 heures

Calculatrices, téléphones portables, et tout autre appareil électronique sont interdits.

On donnera les résultats d'abord sous forme littérale, puis sous forme numérique (avec une précision adaptée à la précision des données).

Tous les résultats devront être justifiés, au moins brièvement.

1 Taille de l'oeil et vision

Le schéma de l'oeil est reproduit Fig. 1. On donne :
- le diamètre d'ouverture de l'iris : $2a = 5$ mm
- la distance iris-rétine : SF' $=$ 23 mm
- la longueur d'onde de l'onde incidente sur l'oeil : $\lambda = 0.5\ \mu$m.

a) Tracer à l'interieur de l'oeil le trajet optique d'un rayon lumineux incident parallèle à l'axe optique.

b) Calculer la largeur angulaire et la taille en mm du diamètre de la tache de diffraction pour un object ponctuel situé à l'infini. On rappelle le rayon angulaire ϵ du premier zéro de la tache de diffraction d'une ouverture circulaire de rayon r : $\epsilon = 1.2\,\lambda/2r$.

c) La structure cellulaire de la rétine est donnée par la Fig. 2. Pour pouvoir séparer visuellement deux objets, il faut au moins qu'il y ait un cône non illuminé entre les cônes récepteurs des rayons issus de ces deux objets. Sachant cela, calculer le pouvoir séparateur angulaire de la rétine, à savoir la séparation angulaire minimale imposée par la structure de la rétine pour pouvoir distinguer visuellement deux objets. On donne le diamètre de chaque cône : 2.5 μm.

d) L'oeil des insectes est composé d'ommatidies que l'on peut considérer comme des cônes adjacents d'ouverture d et de taille l (c'est à dire de longueur l, et fermés par un disque de diamètre d). La lumière est incidente du côté de l'ouverture, à savoir du disque.

1. Calculer θ dans la figure en fonction de d et de l, dans l'approximation des petits angles.

2. Calculer l'angle d'ouverture ϵ de la tache de diffraction correspondant à l'ouverture d et à la longeur d'onde λ.

3. Pour que l'oeil de l'insecte soit optimisé il faut que $\epsilon = \theta$. En déduire la valeur de d^2.

4. A.N.: Sachant que $l = 1$ mm et $\lambda = 0.5$ μm, en déduire la taille des ommatidies. On donne $\sqrt{600} \sim 25$.

2 Ondes electromagnetiques et énergie

2.1 Interférences

Deux antennes A1 et A2, séparées d'une distance d, émettent dans la même direction θ deux ondes radio synchrones cohérentes que l'on observe en un point P situé à grande distance. A grande distance, on assimile les ondes émises par les antennes à des ondes scalaires planes progressives de fréquence angulaire ω et de vecteur d'onde $k.\vec{u}_k$, où $\vec{u}_k$ est le vecteur unitaire dans la direction de propagation, et k le nombre d'onde.

a) A quelle vitesse se propagent ces ondes? On donnera une valeur numerique approchee de cette vitesse que l'on notera c. Quelle est la relation qui lie ω et k ?

b) Calculer la différence de marche entre les deux ondes au point P.

c) En déduire la différence de phase $\Delta\phi$ entre les deux ondes.

d) Pour quelles directions θ observe t-on un maximum d'intensité? On fera l'approximation des petites angles. Représenter sur un schéma l'intensité de la lumière en P en fonction de θ.

e) Comment varient ces résultats si les ondes se propagent dans un milieu d'indice $n \neq 1$?

2.2 Rayonnement du soleil sur la terre

Dans son mouvement autour du soleil, la terre décrit une orbite de rayon $D_T = 150 \times 10^6$ km. On considère que le soleil, de rayon $R_S = 700.000$ km, est une source de rayonnement qui peut être assimilée à un corps noir de temperature $T_S = 5800$ K. La puissance émise par un corps noir à la temperature T s'exprime sous la forme

$$P = \sigma T^4 \Sigma,$$

où Σ est la surface du corps émettant, et σ est une constante universelle, appelée constante de Stefan. La terre reçoit un rayonnement sous forme d'onde plane, dont l'intensité à son emplacement et pour une surface orthogonale aux rayons issus du soleil vaut 1000 W/m^{-2}.

a) Calculer la puissance d'émission du soleil, P_S; en déduire l'expression de la constante de Stefan en fonction de P_S, D_T, R_S, T_S. On ne fera PAS içi l'application numérique.

b) Calculer la puissance totale reçue par la terre en fonction du rayon de la terre R_T. On donne le rayon de la terre : $R_T = 6400$ km.

c) Cette puissance est réémise sous forme de rayonnement de corps noir à la temperature de surface de la terre, T_T. Etablir l'équation d'équilibre thermique de la terre, et en déduire T_T. On n'utilisera pas l'AN du b), et on exprimera T_T en fonction de T_S, R_S et D_T. Effectuer l'application numérique.

d) Saturne est 10 fois plus loin du soleil que la Terre. Calculer la température de surface de Saturne.

On donne pour les applications numériques :

$700/150 \simeq 5$

$\sqrt{10} \simeq 3$

$\sqrt{2} \simeq 1,4$

3 Le stéthoscope

Pour écouter le fonctionnement du coeur (systole, diastole), le médecin utilise un stéthoscope. Au passage entre deux milieux d'impédances acoustiques respéctives Z_1 et Z_2, le coefficient de transmission des ondes sonores est donné par :

$$T = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2} \tag{1}$$

On rappelle que pour un milieux donné, l'impédance acoustique Z est donnée par la relation $Z = \mu \cdot c_s$, où μ est la masse volumique du milieu dans lequel l'onde se propage, et c_s la célérité de propagation des ondes dans ce milieu.

a) Calculer l'expression littérale du coefficient de réflexion R.

b) Calculer la masse volumique de l'air sachant qu'une mole d'air à zéro degré Celcius occupe un volume de 22 litres, et a une masse de 29 grammes. Calculer la célérité de propagation du son dans l'air, sachant que pour un gaz parfait $c_s = \sqrt{\gamma P/\mu}$, et que le facteur γ vaut environ 1.4 pour l'air (qui se comporte approximativement comme un gaz parfait diatomique pour lequel γ vaut 7/5). En déduire la valeur de Z_{air}. Quel est l'unité de Z?

c) Calculer la valeur de Z_{eau}, sachant que le son se propage à 1500 m/s dans l'eau.

d) On donne $Z_{\text{muscle}} = 1.6\,10^6$ dans les unités du système international ; calculer le coefficient de transmission au passage air/muscle.

e) Calculer le coefficient de réflexion au passage eau/muscle. En déduire le coefficient de transmission au passage eau/muscle.

f) En faisant un parallèle avec l'interface eau/muscle, et en considérant que tous les tissus du corps humain se comportent en première approximation vis à vis des ondes sonores comme du muscle, proposer une explication à l'avantage d'employer un stéthoscope pour ausculter.