UNIVERSITE
PIERRE & MARIE CURIE
LA SCIENCE A PARIS

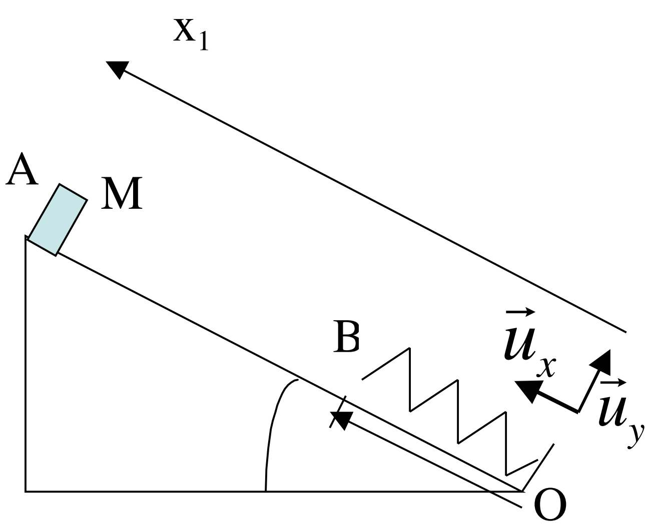
BGPC4 – UE LP104
Examen du 2 septembre 2005
Durée□2h

Seules les calculatrices de type collège sont autorisées. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Doivent de même être rangés les documents de toute sorte. Les résultats doivent toujours être donnés sous forme littérale avant de procéder à l'application numérique lorsqu'elle est demandée.

Exercice I□Energie mécanique

On se place dans le champ de pesanteur terrestre, caractérisé par son accélération $\vec{g}$. On considère un corps M, de masse m, pouvant se déplacer sans frottement sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale (figure ci-contre).

Initialement M est placé au point A sur le plan incliné. Au point O un ressort de constante de raideur k (k>0) et de longueur au repos (à vide) x_0 est attaché. On utilisera un repère orthonormé $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, où $\vec{u}_x$ est un vecteur dirigé de O vers A et $\vec{u}_y$ un vecteur perpendiculaire au plan incliné et pointant vers le haut. On notera x l'abscisse de M.
(A.N. m=1 kg, g=10 ms^{-2}, $\theta = 30°$, x_1=3,2 m, x_0=20 cm, K=1000 Nm^{-1})



1) Faire l'inventaire des forces extérieures exercées sur M au point A. Reproduire le schéma ci-dessus et y représenter les forces exercées sur M. Donner leurs composantes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

2) En projetant la relation fondamentale de la dynamique sur l'axe Ox et Oy donner l'expression de l'accélération du bloc selon l'axe Ox .

3) *On lâche M sans vitesse initiale du point A d'abscisse x_1.* Justifier que l'énergie mécanique se conserve lorsque l'abscisse de M, x, est comprise entre x_0<x<x_1 ; c'est-à dire jusqu'au point B d'abscisse x_0 (point où le bloc M rentre en contact avec le ressort). Calculer l'énergie mécanique au point A (on supposera l'énergie potentielle de pesanteur nulle à l'altitude du point O). Calculer l'énergie cinétique E_c en fonction de x lorsque $x_0 < x < x_1$.

4) Maintenant on considère que *le bloc M rentre en contact avec le ressort et reste collé à lui via un scratch*. Faire à nouveau l'inventaire des forces extérieures exercées sur M cette fois ci au point d'abscisse x lorsque x<x_0. Reproduire le schéma ci-dessus et y représenter les forces exercées sur M. Donner leurs composantes dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

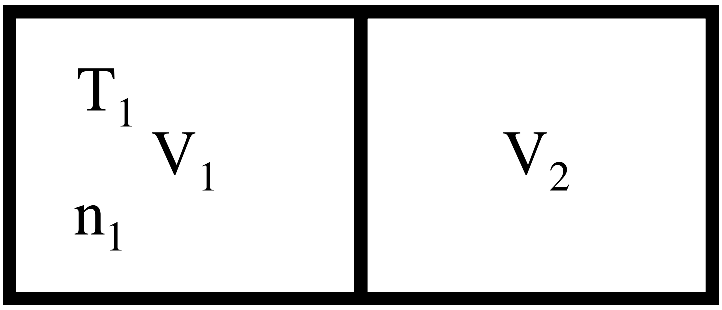
5) En projetant la relation fondamentale de la dynamique sur les axes Ox et Oy, calculer l'abscisse x_2 pour laquelle la somme des forces sur M est nulle. Donner sa valeur numérique.

6) Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique $E_{\text{élastiq}}$ de M lorsque $x < x_0$. On conviendra que l'énergie élastique est nulle en x_0. Calculer l'énergie potentielle totale de M en fonction de x lorsque $x < x_0$. A l'aide de cette dernière expression calculer la position d'équilibre du système, x_3, comparer cette valeur à la position x_2 obtenue à la question 5.

7) Justifier que l'énergie mécanique est conservée lorsque le bloc évolue attaché au ressort pour $x < x_0$. Donner l'expression de l'abscisse de M, x_4, pour laquelle l'énergie cinétique est nulle. Calculer sa valeur numérique. Cette valeur est elle supérieure ou inférieure à x_3 ? Quelle est votre explication ?

<u>Exercice II : Thermodynamique : détente brutale d'un gaz</u>

Considérons le dispositif représenté sur la figure 2 utilisé par Joule, Gay Lussac et Hirn au XIX siècle pour étudier les propriétés des gaz réels: L'enceinte de volume V est divisée en deux compartiments de volumes respectives V_1 et V_2. Toutes les parois extérieures et intermédiaire sont des isolants thermiques parfaits. Le compartiment de gauche (1) contient n_1 moles d'Argon à la température T_1 celui de droite (2) est vide de tout gaz. On note R la constante des gaz parfait.
$R = 8,3$ J K^{-1} mol^{-1}.



1) Donner la pression d'Argon et son énergie interne dans le compartiment (1). Donner également l'énergie interne du système total: compartiment (1) + compartiment (2). Pour cette question ainsi que pour les questions 2) et 3), on supposera que l'Argon est un gaz monoatomique parfait.

2) On supprime maintenant la paroi séparant le compartiment (1) et (2) pour faire un seul compartiment (1+2). Décrire l'évolution du système. L'énergie interne du gaz est-elle modifiée? Déterminer le volume, la température T et la pression P de l'argon dans la nouvelle configuration d'équilibre.

3) Application numérique $V_1 = 2$ L, $V_2 = 3$ L, $n_1 = 2$ mol, $T_1 = 291$ K.

4) On réalise l'expérience avec un thermomètre introduit dans le compartiment (2) qui permet de mesurer la température finale du gaz après la détente. On trouve $T_f = 285$ K. Que peut-on conclure de l'expérience ?

5) Compte tenu des résultats de la question 4) on ne suppose plus que l'Argon est un gaz parfait et on admet maintenant que l'énergie interne de l'Argon s'écrit de la façon suivante $U = \frac{3}{2}nRT - \frac{n^2 a}{V}$ où n représente le nombre de moles et *a* est une constante positive. Quelle est l'unité de a dans le

système international ? Cette expression de l'énergie interne rend-elle compte du refroidissement observé lors de la détente du gaz ?

Exercice III : Dynamique des fluides

La figure 3 représente une cuve ouverte destinée à la fabrication de la bière et un tuyau pour en prendre des échantillons. La cuve a une section S_1 de 1.5 m^2. A un instant donné, le niveau du liquide dans la cuve se trouve à la hauteur h = 2 m au dessus du manomètre, et baisse à la vitesse de $v_1 = 1$ cm/s, tandis que la bière coule dans le tuyau au niveau du manomètre à la vitesse de $v_2 = 50$ cm/s. On prendra $P_1 = 10^5$ Pa comme pression atmosphérique et $g=10\ ms^{-2}$.

1) Ecrire l'équation de Bernouilli appliquée entre un point de la surface libre (région 1) et un point au niveau du manomètre (région 2) où la section du tube vaut S_2.

2) En déduire quelle est, à cet instant, la pression P_2 en ce point du tuyau. Prendre la masse volumique de la bière égale à $\rho = 10^3$ kg/m^3.