

Licence 1^{ère} année - parcours BGPC - UE LP104
EXAMEN du 20 juin 2007
Durée : 2 heures

Une rédaction précise et claire est demandée; on justifiera soigneusement les réponses aux questions. Les calculatrices de type « collège » (non graphiques, non programmables) sont autorisées. Les quatre exercices sont indépendants les uns des autres et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Les documents sont interdits. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.

I. L'énergie mécanique du sauteur à la perche

On considère un athlète de masse m s'apprêtant à effectuer un saut à la perche. Il court horizontalement avec une vitesse V_1 ; son centre de gravité G est alors situé à une hauteur h_1 au dessus du sol. Durant le saut, le centre de gravité de l'athlète atteint lorsqu'il est au sommet de la trajectoire, une hauteur maximale h_2 ; sa vitesse est alors V_2 . L'accélération de la pesanteur vaut $g = 10$ unités du système international. On négligera les forces de frottement avec l'air durant le saut ainsi que la masse de la perche.

I.1 Définir l'énergie mécanique E_m du sauteur à un instant quelconque, alors que sa vitesse vaut V et l'altitude de son centre de gravité G par rapport au sol est égale à z ; donner l'expression de E_m en fonction des grandeurs définies ci-dessus.

I.2 Exprimer la conservation de E_m entre le début du saut et l'instant où le sauteur atteint le point le plus élevé. En déduire l'expression de la hauteur h_2 atteinte.

I.3 Préciser la dimension de g et vérifier que l'expression obtenue pour h_2 est homogène.

I.4 Quelle valeur maximale de h_2 , $h_{2,max}$ le sauteur pourrait-il atteindre pour une vitesse V_1 donnée ? Expliquer pourquoi cette valeur ne peut pas vraiment être atteinte en pratique.

I.5 Application numérique: $h_1 = 1$ m; $V_1 = 9$ m/s; $V_2 = 1$ m/s; calculer h_2 .

II. Recul d'un chariot

Un enfant de masse m se tient debout sur un chariot de masse M ; initialement, l'ensemble est immobile. Le chariot peut rouler sans frottement le long d'une route rectiligne, qu'on assimilera à l'axe Ox . L'enfant prend son élan et saute du chariot dans la direction de Ox ; il a alors, au moment où il perd contact avec le chariot, une vitesse par rapport à la route, $\vec{v} = v_x \vec{i}$, qui a même direction et même sens que l'axe Ox (on a donc $v_x > 0$). Par "effet de recul", le chariot acquiert par rapport à la route une vitesse $\vec{V} = V_x \vec{i}$, parallèle à l'axe Ox mais de sens contraire (soit $V_x < 0$). Soit $\vec{v}' = v'_x \vec{i}$ la vitesse de l'enfant *par rapport au chariot*; c'est cette vitesse qui est déterminée par l'effort que fournit l'enfant lorsqu'il saute. On rappelle que la vitesse relative $\vec{v}'$ est liée à $\vec{v}$ et $\vec{V}$ par la relation $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$.

II.1 Quelle grandeur est conservée lors du saut ? En déduire une relation entre V_x et v_x .

II.2 Exprimer la vitesse de recul, V_x , puis v_x en fonction de la vitesse relative, v'_x .

II.3 Quelle est, pour v'_x donné, la limite atteinte par v_x et par V_x lorsque le chariot a une masse très supérieure à celle de l'enfant ($M \gg m$). Commenter et interpréter.

II.4 Même question dans le cas opposé ou le chariot est beaucoup plus léger que l'enfant ($M \ll m$).

II.5 Que vaut l'énergie cinétique E'_c du système (chariot - enfant) après le saut ? Donner son expression en fonction de v_x et V_x puis en fonction de v'_x (et bien sûr de m et M). D'où vient cette énergie ?

II.6 Application numérique: $m = 20$ kg, $M = 60$ kg, $v'_x = 4$ m/s. Calculer v_x , V_x et E'_c .

III Une casserole d'eau tiède

Dans une casserole en aluminium de masse m_1 initialement à la température T_1 , on verse une masse m_2 d'eau à la température T_2 ; on admet qu'il n'y a pas d'échanges avec l'extérieur donc que l'ensemble {casserole + eau} est isolé thermiquement. Après avoir agité pendant quelques secondes, l'ensemble est à l'équilibre thermique à la température T . La capacité thermique massique de l'aluminium vaut c_1 tandis que celle de l'eau est c_2 .

III.1 Ecrire la relation permettant de déduire la température d'équilibre T lorsque toutes les autres grandeurs sont définies. Que traduit cette relation ?

III.2 Application numérique: $m_1 = 400 \text{ g}$, $T_1 = 60 \text{ °C}$, $c_1 = 900 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $m_2 = 0,1 \text{ kg}$, $T_2 = 20 \text{ °C}$, $c_2 = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Calculer la valeur de T .

III.3 On ajoute au contenu de la casserole une masse m_3 d'eau initialement à une température T_3 fixée, avec $T_3 > T$. Une fois l'équilibre thermique atteint, la température vaut T' .

III.3.a Indiquer sans calcul quelles sont les valeurs limites de T' selon que la masse m_3 d'eau versée est très petite ou, au contraire, très grande.

III.3.b Donner l'expression de la masse m_3 nécessaire pour que, partant de la valeur T précédente, la température atteigne une valeur T' donnée.

III.4 On considère la fonction $m_3(T')$. Tracer le graphe de cette fonction dans le domaine où celle-ci a une signification physique et interpréter brièvement la variation de cette fonction.

IV. Variations de la pression de l'air dans un pneu

L'air enfermé dans un pneu de voiture se trouve à la température t_0 et à la pression P_0 . Après avoir roulé assez longtemps sur une route exposée au soleil, la température atteinte par le gaz est $t > t_0$ et la pression devient P . On considère que le volume de l'air contenu dans le pneu, V_0 , n'a pas varié pendant ce temps. Dans nos conditions de pression et de température, l'air peut être assimilé à un gaz parfait diatomique.

IV.1 Exprimer la nouvelle valeur de la pression, P .

IV.2 Application numérique: $t_0 = 20 \text{ °C}$, $t = 50 \text{ °C}$, $P_0 = 2,7 \text{ bar}$ ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$). Calculer P .

IV.3 Exprimer la variation d'énergie interne du gaz en fonction du nombre de moles, n , de la constante des gaz parfaits R , de t_0 et t .

IV.3 Que risque t-il de se produire si, lorsqu'il est à t_0 (avant de rouler donc) le pneu est gonflé à une pression (P_0) supérieure à la valeur recommandée par le constructeur ?