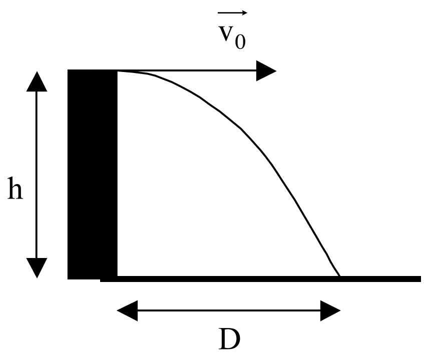
Licence 1ère année - parcours BGPC - UE LP104
EXAMEN du 16 janvier 2006
Durée : 2 heures

Une rédaction soignée, précise et claire est demandée.
Les calculettes de type « collège » (non graphiques, non programmables) sont autorisées. Les trois exercices sont indépendants les uns des autres et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Les documents sont interdits. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.

I . Equations aux dimensions, dynamique

A. Chute libre sans frottement

A l'instant t = 0, un enfant situé en haut d'une tour verticale (hauteur au dessus du sol : h = 20 m) lance avec une vitesse horizontale (v_0 = 5 m/s) une balle de masse m (cf. schéma ci-contre).
L'accélération de la pesanteur vaut g = 9,81 unités du système international (SI). On suppose dans un premier temps que le frottement de la balle avec l'air joue un rôle négligeable.



1. Quelle est la dimension de g ? Quelle est son unité SI ?

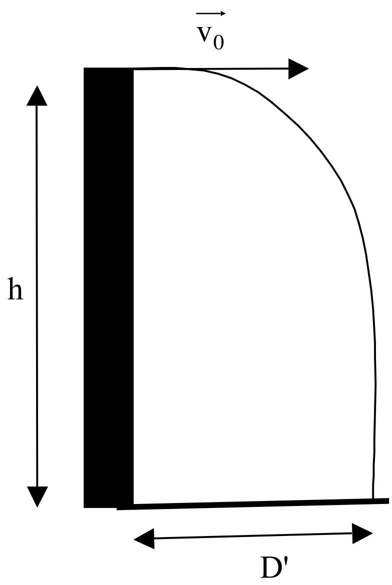
2. La balle atteint le sol à l'instant t_0 donné par l'expression

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Montrer que cette relation est homogène.
3. Application numérique : calculer t_0 pour les valeurs données ci-dessus.
4. Le point d'impact de la balle sur le sol se situe à une distance D du pied de la tour (cf schéma). Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à la balle et en déduire que la trajectoire (qu'on ne cherchera pas à établir), et par suite D, ne dépendent pas de m.
5. D est donc une fonction de v_0, g et h. Préciser en vous basant sur votre intuition (donc sans calcul) si D est une fonction croissante ou décroissante de v_0, de g et de h.
Justifier brièvement votre réponse (à l'aide d'un schéma si besoin) dans chaque cas.
6. On admet que D a pour expression $D = c\, v_0\, g^{\alpha}\, h^{\beta}$ où c est une constante sans dimension. En utilisant les dimensions de ces grandeurs physiques, déterminer la valeur de α et β et écrire l'expression finale de D.
7. Montrer que l'expression trouvée pour D est cohérente avec la réponse donnée à la question **5**.
8. Rappeler l'énoncé du théorème de l'énergie mécanique et l'appliquer à la balle lors de sa chute. En déduire l'expression et la valeur de la vitesse v_s de celle ci lorsqu'elle atteint le sol.

B. Chute avec frottement

A partir de maintenant, la force de frottement exercée par l'air sur la balle n'est plus négligeable (c'est le cas si la balle est assez grosse et légère). On admet que cette force est à tout moment opposée à la vitesse et prend la forme $\vec{F} = -k\vec{v}$, k étant un coefficient qui dépend de la forme de la balle.



1. Comment appelle t-on ce type de frottement ? Quelle est la dimension de k ?
2. Si h et k sont assez grands, la trajectoire est, après un intervalle de temps relativement court, quasi-verticale (cf schéma ci-contre). La distance D' séparant le point d'impact sur le sol au pied de la tour devient alors indépendante de h. D' dépend donc maintenant de m, v_0 et k et on admet que D' s'écrit sous la forme $D' = c'\, m^{\alpha}\, v_0^{\beta}\, k^{\gamma}$ où c' est un coefficient sans dimension.

Déterminer α, β, γ et écrire l'expression finale de D'. Montrer que celle-ci correspond au sens de variation attendu pour D' en fonction de m, v_0 et k.
3. Sur la partie quasi-verticale de la trajectoire, la vitesse devient constante (le mouvement devient donc uniforme); soit v_1 cette vitesse. Déterminer l'expression de v_1 .

II. Choc élastique de deux chariots sur un rail horizontal

Durant une séance de TP, un étudiant effectue sur un rail horizontal un choc entre deux chariots C_1 et C_2, de masse m_1 et m_2, munis d'aimants; C_1 et C_2 roulent sans frottement et l'ensemble $\{C_1, C_2\}$ constitue donc un système pseudo-isolé. Lorsque les chariots s'approchent l'un de l'autre, les aimants se repoussent fortement, ce qui évite aux chariots d'entrer en contact : dans ces conditions, le choc est élastique. On désigne par v_1 et v_2 les valeurs *algébriques* des composantes des vitesses le long du rail avant le choc et par v'_1 et v'_2 les valeurs après le choc.

1. Préciser quelles quantités sont conservées lors du choc et rappeler l'expression de ces grandeurs physiques.

2. Les deux chariots ont la même masse. C_1 est immobile ($v_1 = 0$); l'étudiant lance C_2 avec une vitesse v_2. Il constate que C_2 s'immobilise après le choc et que C_1 acquiert une vitesse $v'_1 = v_2$. Montrer que ceci est cohérent avec la conservation des grandeurs précisées à la question **1.**

3. Une surcharge est placée sur C_2 et on a maintenant $m_2 = 4\ m_1$. L'étudiant répète l'expérience précédente et constate maintenant que, après le choc, C_2 continue à rouler. Il se demande pourquoi C_2 ne peut "transmettre toute son énergie à C_1" comme à la question **2**.
Montrer par le calcul que si le chariot C_2 s'immobilisait, le choc ne pourrait être élastique.

4. Ecrire les deux lois de conservation qui s'appliquent à cette expérience de choc élastique (avec dans notre cas $v_1 = 0$ et $m_2 = 4\ m_1$). En déduire v'_1 et v'_2 en fonction de v_2.

III. Echange thermique entre l'air d'une pièce et de l'eau chaude.
Pour chaque question de cet exercice (sauf III.5), on donnera à la fois l'expression littérale et la valeur numérique.

Dans une salle hermétiquement close (longueur L = 4m, largeur ℓ = 3m, hauteur h = 2,50m) contenant de l'air à la température t_1 (t_1 = 20°C; on notera T_1 la température absolue correspondante) et à la pression p_1 (p_1 = 1 bar = 10^5 Pa), on apporte un récipient contenant une masse M (M = 10 kg) d'eau à la température t_2 (t_2 = 60°C). L'échange thermique a lieu entre l'air de la salle et l'eau contenue dans le récipient (on admet que les murs n'interviennent pas dans cet échange). Quelque temps plus tard, l'équilibre est atteint : l'air et l'eau sont alors à la même température t_e. Pour les applications numériques, on prendra R = 8,32 unités SI.

1. On assimile l'air de la salle à un gaz parfait diatomique (pour simplifier, on peut considérer que l'air est constitué uniquement d'azote). Calculer le nombre de moles n de gaz enfermé dans la pièce.

2. Faut-il considérer une capacité thermique molaire à volume constant ou à pression constante pour l'air dans ces conditions ? Quelle est sa valeur ? En déduire la capacité thermique correspondante, C_1, de l'air contenu dans la salle.

3. Calculer la capacité thermique C_2 de l'eau contenue dans le récipient (on admettra que celle du récipient lui-même est négligeable par rapport à celle de l'eau). On désigne par c_o (c_o = 4180 J K^{-1} kg^{-1}) la capacité thermique massique de l'eau.

4. En s'appuyant sur le premier principe de la thermodynamique, faire un bilan thermique pour le système {eau + air} en supposant que seuls l'air contenu dans la salle et l'eau participent à l'échange thermique. En déduire l'expression de la température d'équilibre, t_e, en fonction de C_1, C_2, t_1 et t_2 et sa valeur numérique.

5. Dans la réalité, on observe une augmentation de la température de l'air assez nettement inférieure à celle calculée ci-dessus. Donner quelques raisons plausibles permettant d'expliquer cela.