

Unité d'enseignement Physique 104

Corrigé de l'examen du 24 janvier
Durée de l'épreuve 2h

Exercice 1: Equations aux dimensions : temps de mise à l'équilibre d'un échantillon

1.1 $[k]=[E] [L]^{-1} [t]^{-1} [T]^{-1}$

1.2 W signifie watt qui est l'unité de la puissance, soit d'une variation d'énergie par unité de temps. $[W]=[E] [t]^{-1}$ et donc $[k]=[E] [L]^{-1} [T]^{-1}$.

1.3 On appelle capacité thermique massique d'un corps le rapport de la quantité de chaleur fournie à une unité de masse de ce corps divisé par l'élévation de température résultante. $[c] = [E] [m]^{-1} [T]^{-1}$.

Remarque: en toute rigueur, il convient de préciser si la transformation précédente a lieu à volume fixé ou à pression fixée. Pour les solides ou les liquides cela fait peu de différence mais pour les gaz il est important de le préciser.

1.4 $[d^2 \rho c] / [k] = [L]^2 \cdot [m] [L]^{-3} \cdot [L]^2 [t]^{-2} [T]^{-1} / ([m] [L] [t]^{-3} [T]^{-1}) = [t]$

1.5 On trouve: $t=4s$

Remarque 1: les applications numériques sont importantes car l'objectif de la physique est d'expliquer des phénomènes réels. Il est important de réfléchir à la pertinence du résultat obtenu. Dans le cas présent votre expérience quotidienne où l'expérience acquise en TP, vous indiquent que ce résultat est raisonnable. Cela n'aurait pas été le cas si on avait trouvé 1h ou 1 ms.

Remarque 2: la démarche illustrée ici est importante. En effet bien souvent en physique, les équations sont trop difficiles pour être résolues. En revanche il est toujours possible et parfois suffisant, d'estimer l'ordre de grandeur du problème auquel on s'intéresse comme cela est fait dans cet exercice.

Exercice 2 : Mouvement et choc de 2 wagons

2.1

2.2 Energie potentielle: $E_p = m g z$, $W = m g z + 0.5 m v^2$

On écrit la conservation de l'énergie pour le wagon aux points A et B. On en déduit la relation : $W = m_1 g z_a + 0.5 m_1 v_a^2 = m_1 g z_b + 0.5 m_1 v_b^2$
Or $z_b = 0$, donc $v_b = (v_a^2 + 2 g z_a)^{0.5}$.

Remarque 1: il est important de bien vérifier le signe de l'énergie potentielle. Pour cela des raisonnements très simples du type, « si je lâche la bille de plus haut elle doit rouler plus vite en B », montrent très vite s'il y a une erreur de signe.

Remarque 2: Lorsque l'on applique le théorème de l'énergie cinétique, il est important de bien préciser le système auquel on l'applique et les points en lesquels on l'écrit.

2.3 $V_b = 10 \text{ m/s}$. A nouveau essayer de faire le rapprochement avec des vitesses connues. 10 m/s est à peu près 36 km/h , ce qui semble raisonnable.

2.4 Entre B et le choc, le wagon roule sur un plan horizontal. En écrivant la conservation de l'énergie pour le wagon entre ces 2 points, il est évident que la vitesse avant l'impact est égale à V_b .

2.5 Au cours du choc la quantité de mouvement se conserve. On a donc:
 $(m_1 + m_2)V' = m_1V_b + m_2V_2$ et $V' = (m_1V_b + m_2V_2) / (m_1 + m_2)$.

Remarque : afin d'éviter toute erreur de signe et aussi un certain type d'erreur de calcul, il est utile de vérifier le comportement physique de cette formule en faisant varier mentalement les masses. Par exemple si on avait trouvé $(m_1 - m_2)$ au lieu de $(m_1 + m_2)$, on voit clairement que cette expression est fautive car pour $m_1 = m_2$, V' ne peut être infini.

2.6 $V' = 8 \text{ m/s}$

$$2.7 \Delta E = 0.5(m_1 + m_2) V'^2 - 0.5(m_1V_b^2 + m_2V_2^2)$$

Le choc est inélastique puisque les 2 wagons restent accrochés. Donc l'énergie avant le choc est plus élevée que l'énergie après le choc. $\Delta E < 0$

Remarque : On peut vérifier ce résultat directement en faisant le calcul (bien que cela n'était pas demandé dans l'examen) car c'est instructif. Il suffit de remplacer V' par son expression et de développer le calcul.

Cela donne :

$$\Delta E = 0.5(m_1V_b + m_2V_2)^2 / (m_1 + m_2) - 0.5(m_1V_b^2 + m_2V_2^2). \text{ Soit :}$$

$$\Delta E = 0.5 ((m_1V_b + m_2V_2)^2 - (m_1 + m_2)(m_1V_b^2 + m_2V_2^2)) / (m_1 + m_2)$$

et finalement : $\Delta E = 0.5 m_1 m_2 (2 V_b V_2 - (V_b^2 + V_2^2)) / (m_1 + m_2) = -0.5 m_1 m_2 (V_b - V_2)^2 / (m_1 + m_2)$ qui est à l'évidence négatif.

2.8 Le point E est celui en lequel les wagons s'arrêtent, donc leur vitesse devient nulle. On écrit la conservation de l'énergie pour les 2 wagons aux points E et juste après le choc: $(m_1 + m_2) g z_e = 0.5 (m_1 + m_2) V'^2$. Il vient : $z_e = 0.5 V'^2 / g$.

Remarque : on trouve souvent des erreurs du type, $m g z + 0.5 m V^2 = E_0$, conduisant à un signe erroné pour z . De telles erreurs résultent du fait que la conservation de l'énergie n'a pas été écrite avec suffisamment de soin en précisant bien en quel point elle est écrite, quelle est l'altitude au point considéré et quelle est la vitesse.

Exercice 3 : Travail et quantité de chaleur échangés par un gaz parfait

3.1 a) $P_a V_a = n R T_a$. Donc $T_a = P_a V_a / (n R)$.

On en déduit : $T_a = 300 \text{ K}$.

Remarque : Prendre garde aux unités. Ainsi le volume est donné en litre et il faut donc d'abord le convertir en mètre cube.

3.1 b) On a $T_a = T_c$ et $V_c = V_a/4$. Donc $P_c = 4P_a$.

3.2a) $W_{ac} = W_{ab} + W_{bc}$. De plus: $W = - p dV$. D'où: $W_{ab} = -P_a(V_b - V_a) = 3/4 P_a V_a$. Comme le volume ne varie pas de b à c, W_{bc} est nul. $W_{ac} = 1800 \text{ J}$.

Remarque : il est important de bien s'assurer du signe du travail. Ainsi le gaz est comprimé de A à B ce qui demande à l'expérimentateur de fournir de l'énergie sous forme d'un travail. Le gaz lui reçoit ce travail qui est donc de signe +.

3.2b) Au cours de la transformation 2, la température est constante. Donc, $P = nRT_a/V$ au cours de cette transformation. L'expression du travail est donc : $W_{ac} = - nRT_a dV/V$. Après intégration, il vient : $nRT_a \ln(V_a/V_c)$. $W_{ac} = 3600 \text{ J}$.

Remarque 1: il convient là aussi de s'assurer du signe du travail.

Remarque 2: Par ailleurs, il est important de remarquer et de faire remarquer, que le travail n'est pas le même pour les 2 transformations. Ceci illustre le fait que le travail n'est pas une fonction d'état et dépend du chemin suivi.

3.2c) Le travail étant donné par : $W = - p dV$, il représente l'aire de la surface délimitée par l'axe des x, et la courbe décrivant la transformation. Donc dans le cas de la première transformation, le rectangle définit par A,B et leur projeté sur l'axe des x.

3.3a) La seconde transformation est isotherme, donc $T_a = T_c$. Or le gaz est parfait et l'énergie interne qui est une fonction d'état, ne dépend pour un gaz parfait que de sa température. Donc l'énergie interne en A et en C est la même et ce quelque soit le chemin suivi (car U est une fonction d'état). On en déduit que l'énergie interne ne varie pas au cours des transformations 1 et 2.

3.3b) Appliquons le premier principe de la thermodynamique au gaz entre les états A et C (première transformation). $U_c - U_a = 0 = W_{ac}^{(1)} + Q_{ac}^{(1)}$. Donc : $Q_{ac}^{(1)} = -W_{ac}^{(1)} = -3600 \text{ J}$. De même pour la seconde transformation. $Q_{ac}^{(2)} = -W_{ac}^{(2)} = -1800 \text{ J}$.

3.4a) $W_{tot} = W_{ac}^{(1)} - W_{ac}^{(2)} = P_a V_a (3/4 - \ln 4)$. $W_{tot} = -1800 \text{ J}$.

Remarque : le signe du travail total est maintenant négatif ce qui signifie que globalement le gaz fournit du travail au cours du cycle.

3.4b) Au cours du cycle le système revient à son point de départ. Donc puisque l'énergie interne est une fonction d'état, elle est la même au début et à la fin du cycle.

3.4c) On applique le premier principe entre le début et la fin du cycle. On en déduit : $0 = W_{tot} + Q_{tot}$ et $Q_{tot} = -W_{tot} = 1800 \text{ J}$.

Exercice 4 : Un tuyau convergent dans l'air.

4.1 Par définition du débit volumique, on a: $q_v = S_1 v_1 = S_2 v_2$. $v_1 = 3.3 \text{ m/s}$ et $v_2 = 11 \text{ m/s}$.

4.2 On applique le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 2. $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$. $P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) = 71 \text{ Pa}$.

Remarque 1: cette différence de pression est à mettre en rapport avec, par exemple, la pression atmosphérique (environ 1 bar soit 1000 fois plus). Une valeur comparable ou plus grande que la pression atmosphérique aurait certainement indiqué une erreur.

Remarque 2: de même que pour le premier principe et pour la conservation de l'énergie dans l'exercice 2, il est important de bien préciser les points en lesquels on applique le théorème et de bien spécifier la valeur de toutes les quantités en chacun de ces points.

4.3 $q_m = \rho q_v = 0.286 \text{ kg s}^{-1}$.