Université **parcours BGPC**
Pierre et Marie Curie **année 2004-2005**

Unité d'enseignement Physique 104

Examen du 24 janvier- durée 2h

Seules les calculatrices de type collège sont autorisées. Les quatre exercices sont totalement indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque ; dans chacun des exercices, de nombreuses questions sont indépendantes les unes des autres.

I- Equations aux dimensions : temps de mise à l'équilibre thermique d'un échantillon.

Une tige métallique AB de longueur d et de section S est en contact à chacune de ses extrémités avec un thermostat qui impose la température T_A ou T_B ($T_A > T_B$). La quantité de chaleur Q qui traverse la surface S (de A vers B bien sûr) pendant l'intervalle de temps Δt a pour expression :

$$Q = k\, S\, \Delta t\ (T_A - T_B)/d$$

où k est la conductivité thermique du matériau constituant la tige.

1. Compte tenu de la relation ci-dessus, quelle est la dimension de la conductivité thermique k ? On exprimera celle-ci en fonction de la dimension des grandeurs énergie (qu'on notera E ; on a ainsi [Q] = E), temps (T), longueur (L), température (θ ; on veillera à ne pas confondre temps et température).
2. Dans les tables, l'unité utilisée pour exprimer k est souvent le $W\ m^{-1}\ K^{-1}$; cela est-il cohérent avec votre résultat précédent ?
3. Rappeler la définition d'une capacité thermique massique, c. Exprimer la dimension de c en fonction des grandeurs E, θ et M (la masse).
4. Soit ρ la masse volumique du matériau. Montrer que la quantité $\tau = d^2\, \rho \frac{c}{k}$. a la dimension d'un temps (k, c et d ont la même signification que ci-dessus).
5. On admet que τ donne l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour que la température s'uniformise à l'intérieur d'un objet de taille d. En déduire le temps τ qu'il faut attendre pour qu'un bloc cubique d'aluminium de coté d = 2 cm atteigne l'équilibre thermique après qu'on l'ait plongé dans l'eau chaude. On donne, pour l'aluminium, $\rho = 2700\ kg\ m^{-3}$, $c = 910\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ et $k = 200\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$.

II- Mouvement et choc de deux wagons

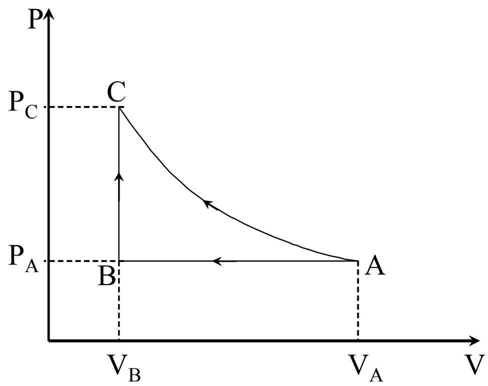
Un wagon W_1 de masse m_1 descend une pente en roulant sans frottement (les frottements seront supposés négligeables tout au long de cet exercice et on assimilera chaque wagon à un point matériel). Il passe au point A d'altitude z_A avec une vitesse V_A. Il atteint le bas de la pente en B (altitude $z_B = 0$, prise comme origine ; sa vitesse est alors V_B) et continue à rouler sur un plan horizontal (z = 0) jusqu'au point C, où il rattrape un wagon W_2 de masse m_2 roulant à la vitesse V_2 dans le même sens que W_1. W_1 et W_2 s'accrochent et se déplacent ensuite ensemble, avec la vitesse commune V'. Enfin dans une dernière phase, l'ensemble ($W_1 + W_2$) remonte à partir du point D une pente, jusqu'à atteindre le point E où les deux wagons s'immobilisent avant de redescendre. L'intensité de la pesanteur sera prise égale à $g = 10\ m\ s^{-2}$.

1. Faire un schéma.
2. Donner l'expression de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique de W_1 et en déduire l'expression de V_B en fonction de V_A, z_A et z_B.
3. Calculer numériquement V_B pour $V_A = 7\ m\ s^{-1}$ et $z_A = 2{,}5$ m.
4. Que vaut la vitesse de W_1 juste avant le choc avec W_2 (justifier) ?
5. Rappeler quelle grandeur physique est conservée lors du choc en C et en déduire l'expression littérale de V' en fonction des données du problème.
6. Application numérique : calculer V' pour $m_1 = 3000$ kg, $m_2 = 2000$ kg et $V_2 = 5\ m\ s^{-1}$.

7. Donner l'expression de la variation de l'énergie cinétique lors du choc, $\Delta E_c = E'_c - E_c$ (où E_c et E'_c désignent l'énergie cinétique avant et après le choc), en fonction de m_1, m_2, V', V_B et V_2. Que peut-on dire a priori du signe de ΔE_c (sans effectuer de calcul) ?
8. Etablir l'expression littérale de l'altitude, z_E, du point E en fonction des données et calculer sa valeur numérique.

III- Travail et quantité de chaleur échangés par un gaz parfait

Soit une mole de gaz parfait enfermée dans une enceinte de volume V_A = 24 litres sous la pression $P_A = 10^5$ Pa à la température T_A. On envisage deux transformations quasi-statiques différentes qui font passer le gaz de l'état A au même état final C, caractérisé par les variables P_C, $V_C = V_A / 4$ et $T_C = T_A$.
La transformation (1) est constituée d'une transformation isobare à $P = P_A$ amenant le système de l'état A à l'état B tel que $V_B = V_C = V_A / 4$, suivie d'une transformation isochore à $V = V_B$. La transformation (2) est une compression isotherme allant directement de l'état A à l'état C. Les deux transformations (1) et (2) sont représentées ci-contre dans le diagramme dit « de Clapeyron » où V est en abscisse et P en ordonnée.



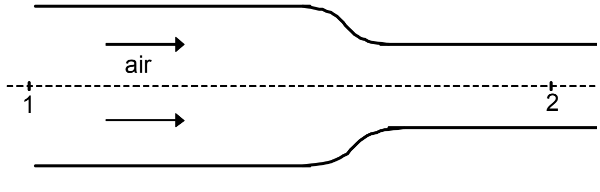
1. a) Exprimer et calculer la température T_A.
   b) Exprimer et calculer la pression P_C.
2. a) Exprimer et calculer le travail $W_{AC}^{(1)}$ reçu par le système pendant la transformation (1) en fonction de P_A et V_A.
   b) Même question pour le travail $W_{AC}^{(2)}$ reçu par le système pendant la transformation (2).
   c) Donner une interprétation graphique de chacun des deux travaux.

On prendra $R \approx 8$ J mol^{-1} K^{-1} et $\ln(4) = 3/2$.

3. a) Que peut-on dire des variations d'énergie interne correspondant aux deux transformations. Justifier votre réponse.
   b) En déduire l'expression et la valeur numérique des quantités de chaleur échangées $Q_{AC}^{(1)}$ et $Q_{AC}^{(2)}$ au cours de ces deux transformations ?
4. a) On envisage maintenant le cycle ABCA constitué de la transformation (1) puis de la transformation (2) exécutée en sens inverse. Exprimer et calculer le travail total W_{tot} reçu par le gaz durant le cycle.
   b) Quelle est la variation d'énergie interne du gaz au cours du cycle ?
   c) En déduire la quantité de chaleur totale Q_{tot} reçue par le gaz.

IV- Un tuyau convergent dans l'air

On considère le tuyau convergent horizontal ci-dessous dans lequel circule de l'air (supposé fluide parfait incompressible de masse volumique constante le long du tuyau, $\rho_{air} = 1{,}30$ kg.m^{-3}.). Le débit volumique q_v vaut 220 l.s^{-1} et la surface des sections aux points 1 et 2 vaut respectivement $S_1 = 6{,}5\ 10^{-2}$ m^2 et $S_2 = 2{,}0\ 10^{-2}$ m^2. <u>Pour chaque question, on donnera pour les grandeurs considérées à la fois l'expression littérale et la valeur numérique</u>.



1) Que valent les vitesses v_1 et v_2 au niveau des points 1 et 2 ?
2) Exprimer la différence de pression $\Delta p = p_1 - p_2$ entre les points 1 et 2.
3) Que vaut le débit massique q_m ?