Corrigé de l'examen de l'UE LP104
2 septembre 2005

Exercice 1 : Energie mécanique

1. Le poids : $\vec{P} = -mg\sin\theta\,\overrightarrow{u_x} - mg\cos\theta\,\overrightarrow{u_y}$ et la réaction du sol : $\vec{R} = R\,\overrightarrow{u_y}$
2. $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} \Rightarrow ma_x = -mg\sin\theta \Rightarrow a_x = -g\sin\theta$
3. E_m est constant car il n'y a pas de frottements ; le travail de la réaction du sol est nul.
   si $E_p(x)$ est l'énergie potentielle du poids on a :
   $P_x = -\,dE_p/dx \Rightarrow dE_p/dx = mg\sin\theta \Rightarrow E_p = mg\sin\theta x + c^{te}$; or $E_p(0) = 0$ donc $c^{te} = 0$
   $E_m(A) = E_p(A) + E_c(A) \Rightarrow E_m(A) = mg\sin\theta x_1$ car $E_c(A) = 0$ pour une vitesse initiale nulle.
   $E_m(x) = E_p(x) + E_c(x) \Rightarrow E_c(x) = E_m - E_p(x) \Rightarrow E_c(x) = mg\sin\theta x_1 - mg\sin\theta x = mg\sin\theta(x_1 - x_0)$.
4. Aux forces du 1. il faut ajouter : $\vec{F} = -k(x - x_0)\overrightarrow{u_x}$
5. $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} \Rightarrow ma_x = -mg\sin\theta - k(x - x_0) \Rightarrow 0 = mg\sin\theta + k(x_2 - x_0) \Rightarrow \underline{x_2 = x_0 - mg\sin\theta / k}$
   $x_2 = 0{,}195$ m.
6. $F_x = -\,dE_{élast}/dx \Rightarrow dE_{élast}/dx = k(x - x_0) \Rightarrow E_{élast} = (½)k(x-x_0)^2 + c^{te}$; or $E_{élast}(x_0) = 0$ donc $c^{te} = 0$
   $E_{total} = E_p + E_{élast} = mg\sin\theta x + (½)k(x-x_0)^2$
   Il y a équilibre quand $dE_{total}/dx = 0$ donc quand $mg\sin\theta + k(x_3-x_0) = 0 \Rightarrow x_3 = x_2$
7. E_m reste conservé car il n'y a toujours pas de frottements.
   $E_c = 0$ quand $E_m = E_{total} \Rightarrow mg\sin\theta x_1 = mg\sin\theta x + (½)k(x-x_0)^2$
   On développe le carré et on regroupe tous les termes en les ordonnant, on aboutit à une équation du second degré :
   $½\,kx^2 + (mg\sin\theta - kx_0)x - mg\sin\theta x_1 + ½\,kx_0^2 = 0$
   Application numérique : $500x^2 - 195x + 4 = 0$; la solution positive de cette équation est :
   $x_4 = 0{,}022$m ; on a logiquement $x_4 < x_3$

Exercice II : thermodynamique

1. $P_1 = n_1RT_1/V_1$; $U_{système} = U_1 + U_2 = (3/2)n_1RT_1$ car $U_2 = 0$
2. Le gaz va occuper tout le volume de l'enceinte. L'énergie interne du gaz n'est pas modifiée car le système est isolé, donc sa température reste constante et $T = T_1$; $V = V_1 + V_2$;
   $P = n_1RT_1/(V_1 + V_2)$ d'après la relation des gaz parfaits.
3. $P_1 = 24{,}25.10^5$Pa ; $U_1 = 7.275$J ; $V = 5$l ; $P = 9{,}7.10^5$Pa
4. On en déduit que le gaz n'était pas un gaz parfait.
5. la dimension de $[n^2a/V]$ = [énergie] => [a] = [énergie][V] => l'unité de a sera $J.m^3$
   si V augmente, n^2a/V diminue, $-n^2a/V$ augmente et si $U_{système}$ = constante cela entraîne que $(3/2)n_1RT$ diminue et donc que la température diminue.

Exercice III : dynamique des fluides

1. Relation de Bernouilli $P_2 + \rho gz_2 + ½\,\rho v_2^2 = P_1 + \rho gz_1 + ½\,\rho v_1^2$
   On en déduit : $P_2 = P_1 + \rho g(z_1-z_2) + ½\,\rho(v_1^2-v_2^2)$ avec $z_1-z_2 = h$ et $v_1^2-v_2^2 = -v_2^2$ car $v_1^2 \ll v_2^2$
2. $P_2 = P_1 + \rho gh - ½\,\rho v_2^2 = 1{,}199.10^5$Pa