Contrôle Continu n°1
Du 28 octobre 2006

Durée : 1h30

Les calculatrices de types collèges sont autorisées.

On prendra bien soin de donner les expressions littérales des grandeurs physiques demandées avant toute application numérique si celle-ci est exigée.

EXERCICE 1 - ANALYSE DIMENSIONNELLE : TAILLE DE L'ATOME

Plaçons-nous à l'époque (~1910) où les physiciens se demandaient ce qui pouvait bien déterminer la taille connue de l'atome (rayon r~1 Å). Considérons par exemple l'atome d'hydrogène, constitué d'un électron de charge $-e$ et d'un noyau de charge $+e$. Les paramètres pertinents classiques sont :

- la constante de l'électricité $k = e^2/4\pi\varepsilon_0$, telle qu'elle apparaît dans la loi de Coulomb ;
- la masse m de l'électron ;
- éventuellement la vitesse de la lumière c, s'il y a des phénomènes relativistes.

Données : k = $2{,}30.10^{-28}$ SI $\quad$ $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg

1. Dans l'atome d'hydrogène, le noyau exerce sur l'électron un force $F = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r^2}$, où r est la distance entre le noyau et l'électron. Quelle est la dimension de k ? Son unité ?

2. Avec k, m, c, montrer qu'on peut effectivement construire une longueur. Faire l'application numérique. Qu'en pensez-vous ?

3. On peut montrer que la vitesse d'un électron en orbite circulaire autour d'un proton central supposé immobile, à 1 Å de distance, reste faible devant la vitesse de la lumière c. On peut donc ignorer les phénomènes relativistes (phénomènes apparaissant lorsque la vitesse d'un objet est proche de celle de la lumière) : c n'est donc pas un paramètre pertinent du problème. Peut-on construire une longueur typique à l'aide de k et m uniquement ?

4. Par contre, à cette époque, les physiciens et notamment Bohr, commencent à penser que la constante de Planck h (h = $6{,}62.10^{-34}$ J.s), que l'on vient de découvrir, doit intervenir dans toute la physique microscopique. Montrer qu'avec k, m, h, on peut effectivement construire une longueur qui pourrait bien être le rayon de l'atome. La théorie de Bohr a confirmé ce point de vue. Calculer la valeur numérique de la longueur ainsi définie.

EXERCICE 2 – DYNAMIQUE : PISTOLET A BILLE

Un enfant joue avec un pistolet à bille dont le principe est de propulser le projectile à l'aide d'un ressort de longueur *L*=10cm.
Lorsque le ressort est au repos son extrémité arrive en sortie du pistolet. On prendra cette position comme origine de l'axe des abscisses (*Ox*) (schéma A). La force de rappel exercée par le ressort s'écrit alors $\vec{F} = -k\ x\ \vec{u_x}$ avec *k* la raideur du ressort (on prendra k=100N.m^{-1})

I. Propulsion de la bille

On comprime le ressort de manière à ce que sa longueur soit divisée par 2 (schéma B). On relâche la compression ce qui a pour effet de propulser la bille *M* de masse *m*=1g qui sort du pistolet en *O* avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$. On supposera que la bille glisse sans frottement à l'intérieur du canon.

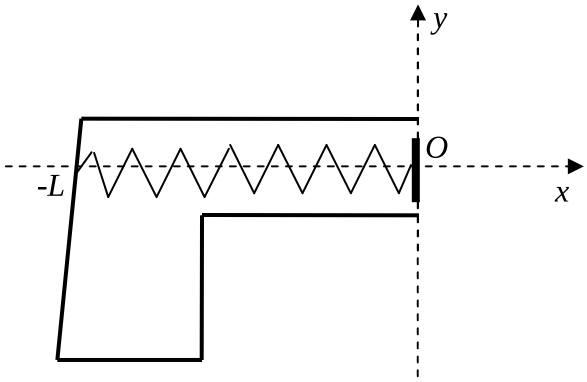

Schéma A

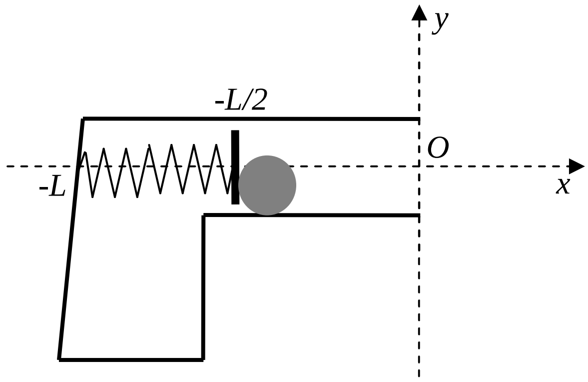

Schéma B

1. Faire un bilan des forces lorsque la bille est à une abscisse *x*. Représenter ces forces et donner leur composante dans le repère (*Ox* ; *Oy*).
2. Exprimer, en fonction de *k* et *L*, le travail effectué par la force de rappel du ressort lorsque la bille passe de l'abscisse *x*= -*L/2* à l'abscisse *x=0*. Vérifier que le signe du travail de $\vec{F}$ est bien conforme à ce qu'on attendait.
3. Les autres forces qui interviennent ici ne travaillent pas. Pourquoi ?
4. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer en fonction de *k*, *m* et *L*, la vitesse v_0 de la bille lorsqu'elle quitte le pistolet en *x=0*. Faire l'application numérique.

II. Chute libre

La bille est désormais en chute libre. L'enfant cherche à atteindre le centre d'une cible située à une hauteur *h*=50cm et à D=5m devant la sortie du pistolet.
On supposera qu'à l'instant *t=0* la bille est en *x=0* avec une vitesse initiale v_0.

1. Faire un bilan de force et déterminer les composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}(t)$.
2. En intégrant chacune des composantes de $\vec{a}(t)$ déterminer les composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse. $\vec{v}(t)$,
3. De même, en intégrant chacune des composantes de $\vec{v}(t)$ déterminer les composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$.
4. Déduire de $x(t)$ le temps t_i au bout duquel la bille atteint la cible.
5. A quelle hauteur l'enfant doit-il maintenir le pistolet pour atteindre le centre de la cible ?
6. L'enfant tire de cette hauteur et constate que malgré tous ses efforts, la bille frappe la cible plus basse que prévu. Quelles peuvent être les raisons de cet échec ?