

## Correction de la partie « thermodynamique » du contrôle de 2 heures L1/BGPC – section 4

1°) Pour un gaz diatomique, donnez, sans démonstration, les capacités thermiques molaires  $C_p$  et  $C_v$  en fonction de la constante des gaz parfait  $R$ . Que vaut, pour ce gaz,  $\gamma$  le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante ( $C_p$ ) et à volume constant ( $C_v$ ).

Question de cours ; les capacités thermique molaire à pression constante et volume constant en fonction de  $R$  pour un gaz diatomique sont données par :  $C_v = \frac{5}{2} \cdot R$  et  $C_p = \frac{7}{2} \cdot R$

Le rapport de ces deux capacités thermiques,  $\gamma$ , vaut donc pour un gaz diatomique :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1,4$$

2°) Calculez le nombre de moles de gaz subissant les 4 transformations thermodynamiques décrites précédemment au cours du cycle.

Le nombre de mol est donné par :  $n = \frac{m}{M}$ , avec  $m$  la masse de gaz et  $M$  la masse molaire du gaz diatomique considéré, ainsi :  $n = \frac{5,8}{29} = 0,2 \text{ mol}$

3°) Calculez pour les 4 états déterminés précédemment (A, B, C et D), les valeurs des grandeurs thermodynamiques ( $P$ ,  $V$ ,  $T$ ) caractérisant ces états. Pour cela, vous commencerez par étudier l'état A ( $P_A$ ,  $V_A$ ,  $T_A$ ) et suivrez les différentes transformations subit par le gaz. Vous récapitulerez les applications numériques dans le tableau I et exprimerez les résultats dans les unités du système international.

### Etat A :

On sait déjà que  $P_A = 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_A = 300 \text{ K}$ , à l'aide de la relation des gaz parfaits, on en déduit facilement que  $V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{0,2 \times 8,314 \times 300}{10^5} \approx 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ .

### Etat B :

A->B est une transformation isobare, donc  $P_B = P_A = 10^5 \text{ Pa}$ .

D'autre part, dans le texte il est indiqué que  $V_B = 20 \text{ L} = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ .

Enfin en utilisant la relation des gaz parfait, on trouve que

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{10^5 \times 20 \times 10^{-3}}{0,2 \times 8,314} \approx 1202,8 \text{ K}.$$

### Etat C :

C->D est une transformation isobare, donc  $P_D = P_C = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Pour le volume, on utilise la loi de Laplace entre B et C (car il s'agit d'une transformation adiabatique réversible) :

$$P_B \cdot V_B^\gamma = P_C \cdot V_C^\gamma$$

D'où  $V_C \approx 12,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Enfin avec la relation des gaz parfaits :  $T_C = \frac{P_C V_C}{nR} \approx 1467,4 \text{ K}$ .

**Etat D :**

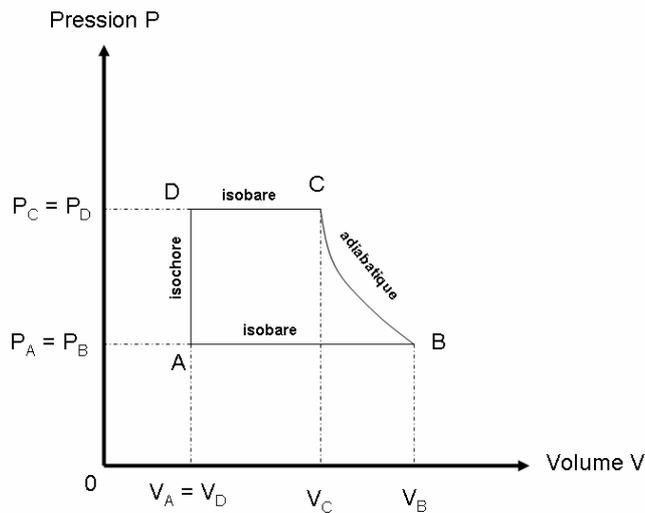
D->A est une transformation isochore, donc  $V_D = V_A = 5.10^{-3} \text{ m}^3$ .  
On donne dans le texte  $P_D = 2.10^5 \text{ Pa}$ .

Enfin avec la relation des gaz parfaits :  $T_D = \frac{P_D V_D}{nR} \approx 601,4 \text{ K}$ .

En résumé, le tableau I est le suivant :

Unité :	A	B	C	D
P : Pascal (Pa)	$P_A = 10^5$	$P_B = 10^5$	$P_C = 2.10^5$	$P_D = 2.10^5$
V : m <sup>3</sup>	$V_A = 5.10^{-3}$	$V_B = 20.10^{-3}$	$V_C = 12,2.10^{-3}$	$V_D = 5.10^{-3}$
T : Kelvin (K)	$T_A = 300$	$T_B = 1202,8$	$T_C = 1467,4$	$T_D = 601,4$

4°) Représentez les 4 états thermodynamiques dans le diagramme de Clapeyron (P, V) joint avec ce sujet.



5°) Déterminez les quantités de chaleur (Q) et les travaux (W) échangés par ce système avec le milieu extérieur au cours de ces 4 transformations. Faire l'application numérique et vous récapitulerez ces valeurs dans le tableau II.

**Transformation AB :** isobare, donc P = constante :

$$W_{AB} = - \int_A^B P dV = -P_A (V_B - V_A)$$

$$Q_{AB} = nC_p (T_B - T_A)$$

**Transformation BC :** adiabatique :

$$Q_{BC} = 0$$

A l'aide la première loi de Joule :

$$W_{BC} = \Delta U_{BC} = U_C - U_B = \frac{5}{2}nRT_C - \frac{5}{2}nRT_B = \frac{5}{2}nR(T_C - T_B)$$

**Transformation CD :** isobare, donc P = constante :

$$W_{CD} = -\int_C^D P dV = -P_C(V_D - V_C)$$

$$Q_{CD} = nC_p(T_D - T_C)$$

**Transformation DA :** isochore, donc V = constante :

$$W_{DA} = 0$$

$$Q_{DA} = nC_v(T_A - T_D)$$

Les valeurs numériques sont les suivantes (valeurs exprimées en Joule) :

$W_{AB} =$	- 1500	$Q_{AB} =$	+ 5254
$W_{BC} =$	+ 1100	$Q_{BC} =$	0
$W_{CD} =$	+ 1440	$Q_{CD} =$	- 5040
$W_{DA} =$	0	$Q_{DA} =$	- 1253

6°) Calculez la chaleur totale ( $Q_{tot} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$ ) et le travail total ( $W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ ) échangés au cours de ce cycle. S'agit – il d'un cycle moteur (fournissant du travail au milieu extérieur) ou récepteur (recevant du travail du milieu extérieur) ? Le premier principe est – il vérifié ? Que devient  $\Delta U$  si les transformations sont irréversibles ?

$W_{tot} =$	+ 1040	$Q_{tot} =$	- 1039
-------------	--------	-------------	--------

Le travail est positif, le système reçoit donc du travail du milieu extérieur, il s'agit donc d'un cycle récepteur.

Le premier principe est vérifié car  $\Delta U = W_{tot} + Q_{tot} = 0$  ... aux arrondis près ! c'est normal car on a ici un cycle fermé ... et U est une fonction d'état. Dans le cas irréversible, le résultat est le même car la variation d'une fonction d'état ne dépend pas du chemin suivi.

7°) Dans la réalité, la transformation adiabatique (BC) est irréversible. On désigne par ( $P_E, V_E, T_E$ ) l'état E qui remplace l'état C. La transformation se fait à pression extérieure constante :  $P_{ext} = P_E = P_D = 2.10^5$  Pa. Donnez, pour cette transformation, les expressions de la variation d'énergie interne ( $\Delta U_{BE}$ ) et du travail échangé  $W_{BE}$ , en fonction des inconnues  $V_E$  et  $T_E$ . En déduire les valeurs numériques de  $V_E$  et  $T_E$ .

La transformation étant irréversible, on ne peut pas utiliser la loi de Laplace mais la fonction U étant une fonction d'état, on peut toujours écrire :

$$\Delta U_{BE} = U_E - U_B = \frac{5}{2} nR(T_E - T_B)$$

D'autre part, comme on a ici une transformation irréversible :  $Q_{BE} = 0$ , d'où :

$$\Delta U_{BE} = W_{BE}$$

Enfin, la transformation étant non quasi – statique (brutale !) :

$$W_{BE} = -P_{ext} \cdot (V_E - V_B)$$

Ainsi :

$$\frac{5}{2} nR(T_E - T_B) = -P_{ext} \cdot (V_E - V_B)$$

Soit :

$$T_E = \frac{2 \cdot P_{ext} \cdot V_B}{7nR} + \frac{5}{7} T_B$$

Application numérique :  $T_E = 1546,5 \text{ K}$

Le volume vaut donc :  $V_E = \frac{nRT_E}{P_E} = 12,86 \times 10^{-3} \text{ m}^3$