

BGPC4 – UE LP104
Devoir surveillé n°2 (19 Décembre 2005)
Durée : 2h

Seules les calculatrices de type collègue sont autorisées. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Doivent de même être rangés les documents de toute sorte. Les résultats doivent toujours être donnés sous forme littérale avant de procéder à l'application numérique lorsqu'elle est demandée.

Exercice2: Autour du pendule simple

Un mobile ponctuel M de masse $m=100\text{g}$ est accroché à l'extrémité d'une tige rigide de longueur $L=10\text{ cm}$, de masse négligeable, dont l'autre extrémité est fixée au point O fixe du référentiel terrestre d'étude R_t considéré galiléen. L'axe vertical Oz du repère associé est ascendant. Le mouvement du mobile M a lieu dans le plan vertical (Ox,Oz). Les frottements de l'air sur le mobile seront toujours négligés. L'accélération de la pesanteur \vec{g} est constante égale à 10 m.s^{-1} .

Rappel : Au voisinage de $\theta = 0$, en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2

$$\sin\theta \approx \theta \text{ et } \cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$$

I- Oscillations du pendule.

1°) Faire un schéma sur lequel on représentera les forces subies par la masse m.

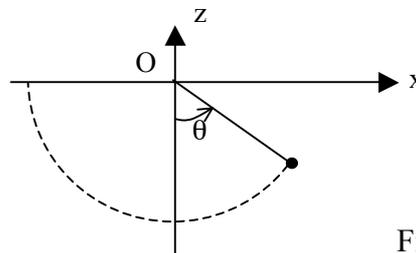


Figure1

2°) Quelle est la force qui travaille ? Que peut-on dire de l'énergie mécanique de M ?

3°) Exprimer l'énergie potentielle E_p du système en fonction de θ , angle que fait le pendule avec la verticale. On considèrera $E_p(\theta=0)=0$. Représenter E_p en fonction de θ pour $\theta \in [-2\pi, 2\pi]$. Indiquer sur la courbe les positions d'équilibre et préciser s'il s'agit d'équilibres stables ou instables.

4°) On donne initialement au pendule une vitesse horizontale v_0 , pour un angle initial θ nul.

4a) - Montrer à partir du graphique tracé à la question précédente que si $v_0 < 2\sqrt{gL}$ le pendule oscillera entre $-\theta_{\max}$ et θ_{\max} . Déterminer la valeur de θ_{\max} .

4b)- Que se passe-t-il si $v_0 > 2\sqrt{gL}$? Quel est alors le mouvement de M ?

5°) - On a $v_0 = 1\text{ cm.s}^{-1}$. On suppose que θ reste petit au cours du mouvement.

Vérifier que $\theta_{\max} \approx \frac{v_0}{\sqrt{gL}}$. Vérifier numériquement que l'hypothèse précédente (θ reste petit)

est bien valide.

II- On considère maintenant que la vitesse v_0 est transférée au mobile M lors d'un choc entre M et un mobile M' identique à M (même masse $m = 100\text{g}$) accroché à l'extrémité d'une tige rigide de même longueur $L=10\text{ cm}$, de masse également négligeable, dont l'autre extrémité est fixée au point O (cf schéma).

1°) Le mobile M' est lâché sans vitesse initiale depuis la position A telle que la tige soit horizontale (figure 2)

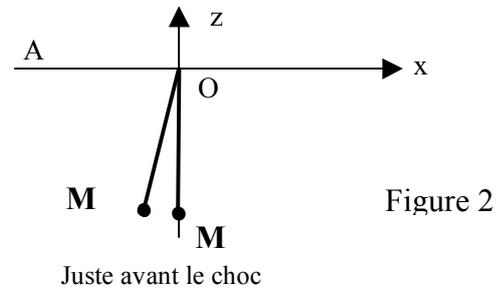
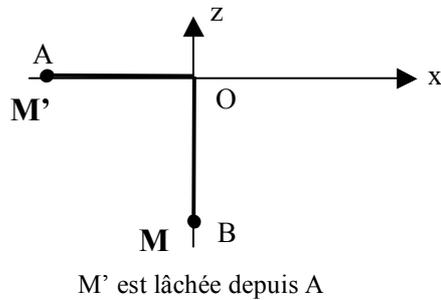


Figure 2

1a)- Pourquoi l'approximation précédente (θ très petit) n'est-elle plus valable ici ?

1b)- Calculer la vitesse de M' juste avant le choc (donc en B, position caractérisée par l'angle $\theta=0$)

2°) - Le choc est élastique. Quelles sont les grandeurs physiques qui sont conservées pendant le choc? Démontrer que la vitesse v_0 de M juste après le choc est $v_0 = \sqrt{2gL}$

Exercice2:Étude thermodynamique d'un cycle

On considère un cycle **réversible** décrit par une masse $m = 5.8\text{ g}$ d'un gaz parfait **diatomique**. On donne la masse molaire de ce gaz $M_{\text{mol}} = 29\text{ g.mol}^{-1}$ et on rappelle que la constante des gaz parfait vaut $R = 8.314\text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Dans l'état initial A, le gaz est à la pression $P_A = 10^5\text{ Pa}$, à la température $T_A = 300\text{ K}$ et il occupe un volume V_A . Ce gaz diatomique parfait subit les 4 transformations thermodynamiques réversibles suivantes :

- un échauffement **isobare** qui l'amène de l'état A à l'état B ($P_B, V_B = 20\text{ L}, T_B$) ;
- une compression **adiabatique** de l'état B vers l'état C (P_C, V_C, T_C) ;
- un refroidissement **isobare** de l'état C vers l'état D ($P_D = 2.10^5\text{ Pa}, V_D, T_D$) ;
- une détente **isochore** de l'état D à l'état A.

1°) Pour un gaz diatomique, exprimez les capacités thermiques molaires C_p et C_v en fonction de la constante des gaz parfait R. Que vaut, pour un gaz diatomique, γ le rapport des capacités thermiques molaires à pression constante (C_p) et à volume constant (C_v).

2°) Calculez le nombre de moles de gaz subissant les 4 transformations thermodynamiques décrites précédemment au cours du cycle.

3°) Calculez pour les 4 états déterminés précédemment (A, B, C et D), les valeurs des grandeurs thermodynamiques (P, V, T) caractérisant ces états. Pour cela, vous commencerez par étudier l'état A (P_A, V_A, T_A) et suivrez les différentes transformations subit par le gaz. Vous récapitulerez vos résultats dans le tableau I et exprimerez les résultats dans les unités du système international.

4°) Représentez les 4 états thermodynamiques dans le diagramme de Clapeyron (P, V) joint avec ce sujet.

5°) Déterminez les quantités de chaleur (Q) et les travaux (W) échangés par ce système avec le milieu extérieur au cours de ces 4 transformations. Faire l'application numérique et vous récapitulerez ces grandeurs dans le tableau II.

6°) Calculez la chaleur totale ($Q_{\text{tot}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$) et le travail total ($W_{\text{tot}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$) échangés au cours de ce cycle. S'agit-il d'un cycle moteur (fournissant du travail au milieu extérieur) ou récepteur (recevant du travail du milieu extérieur) ? Le premier principe est-il vérifié ? Que devient ΔU si les transformations sont irréversibles ?

7°) Dans la réalité, la transformation adiabatique (BC) est irréversible. On désigne par (P_E, V_E, T_E) l'état E qui remplace l'état C. La transformation se fait à pression extérieure constante : $P_{\text{ext}} = P_E = P_D = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Donnez, pour cette transformation, les expressions de la variation d'énergie interne (ΔU_{BE}) et du travail échangé W_{BE} , en fonction des inconnues V_E et T_E . En déduire les valeurs numériques de V_E et T_E .

Unité :	A	B	C	D
P :	$P_A =$	$P_B =$	$P_C =$	$P_D =$
V :	$V_A =$	$V_B =$	$V_C =$	$V_D =$
T :	$T_A =$	$T_B =$	$T_C =$	$T_D =$

Tableau I

$W_{AB} =$		$Q_{AB} =$	
$W_{BC} =$		$Q_{BC} =$	
$W_{CD} =$		$Q_{CD} =$	
$W_{DA} =$		$Q_{DA} =$	
$W_{tot} =$		$Q_{tot} =$	

Tableau II

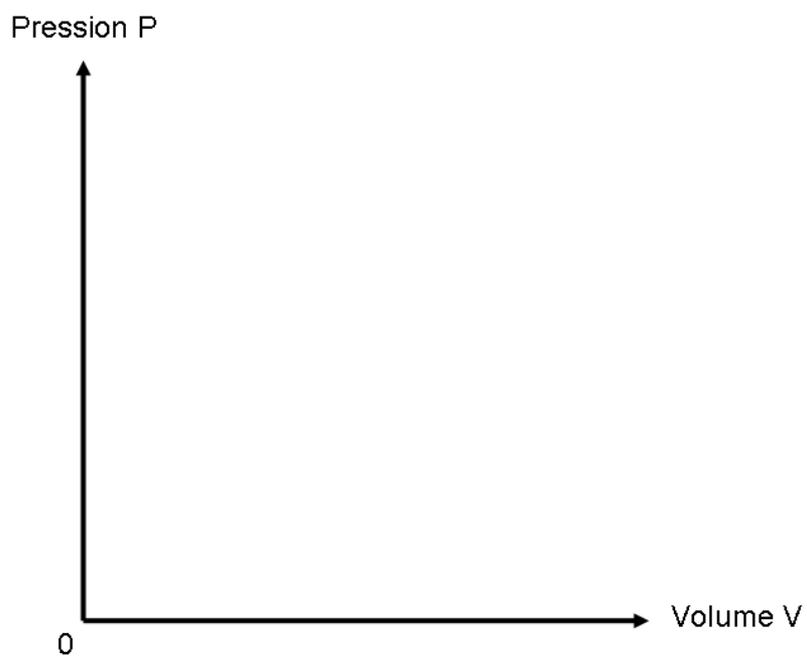


Diagramme de Clapeyron (PV)