

Contrôle n°2

Vendredi 17 décembre 2004

Durée : 2 heures.

Seules sont autorisées les calculatrices non programmables et sans écran graphique. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Doivent de même être rangés les documents de toute sorte. Les résultats doivent toujours être donnés sous forme littérale avant de procéder à l'application numérique lorsqu'elle est demandée.

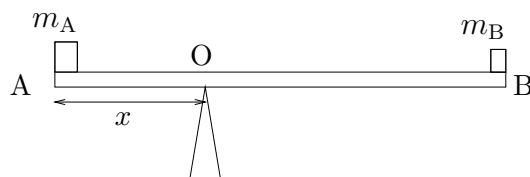
Les trois exercices sont indépendants.

I. La balançoire qui se prenait pour un plongeur

Dans ce problème, on s'intéresse à une planche pouvant pivoter sur un axe. Dans un premier temps, on recherche sa position d'équilibre quand on pose deux masses à ses extrémités. Dans un second temps, on fait reposer une de ses extrémités, lestée par un poids, et on s'intéresse à son équilibre lorsqu'on place un poids en son autre extrémité.

Entre les deux, mon cœur balance...

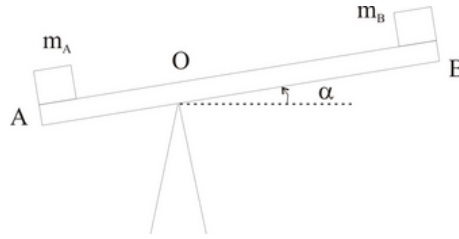
On considère une planche horizontale, d'extrémités A et B , de longueur L et de masse négligeable, que l'on pose en équilibre sur un support situé en O (la planche peut donc tourner autour du point O). On dépose en A une masse m_A et en B une masse m_B . On note x la distance OA .



Dans la suite, on considère le système $\mathcal{S}$ constitué de la planche et des masses m_A et m_B .

1. Représentez sur un dessin les forces s'exerçant sur le système $\mathcal{S}$. Exprimez la distance OB en fonction de L et x .
2. On suppose que $\mathcal{S}$ est à l'équilibre :
 - (a) Écrivez le principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) pour le système $\mathcal{S}$.
 - (b) Exprimez les moments des différentes forces s'exerçant sur $\mathcal{S}$ par rapport au point O . Déduisez-en la relation d'équilibre du système $\mathcal{S}$ relative aux moments.
 - (c) Quelle valeur doit avoir x pour que l'on soit effectivement à l'équilibre ?

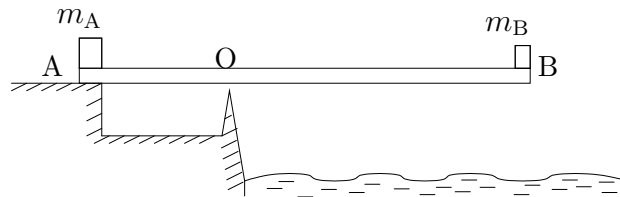
3. On incline à présent la planche d'un angle α par rapport à l'horizontale et on suppose à nouveau que l'on est à l'équilibre (les masses m_1 et m_2 sont rigidement fixées à la planche et ne peuvent donc pas glisser).



- Récrivez le principe fondamental de la dynamique pour $\mathcal{S}$ et projetez-le sur une base de votre choix : quelle doit être l'orientation de $\vec{R}_O$, la réaction du support en O , pour que l'équilibre soit possible ? Qu'en déduisez-vous ?
- Récrivez la condition d'équilibre sur les moments des forces et donnez l'expression de x pour qu'on soit effectivement à l'équilibre : l'expression de x a-t-elle changé ?

Plouf ?

On fait à présent reposer la planche sur un support en A , ajusté de telle sorte que la planche soit horizontale (comme représenté sur le dessin). On dépose à nouveau les masses m_A et m_B et on considère la distance x fixée.



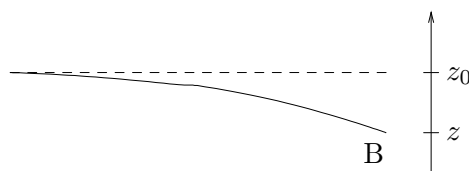
- Du fait du nouveau support en A , une réaction $\vec{R}_A$ vient s'ajouter aux forces identifiées dans la partie précédente. Justifiez que si la planche est à l'équilibre, la composante verticale R_{Az} est nécessairement positive ou nulle.
- On suppose que $\vec{R}_A$ n'a pas de composante horizontale ($R_{Ax} = 0$). Écrivez le moment de $\vec{R}_A$ par rapport à O et la condition d'équilibre sur les moments.
- De la relation précédente et de la condition $R_{Az} \geq 0$ si on est à l'équilibre, déduisez la masse maximale $m_{B\max}$ que l'on peut déposer en B sans que la planche bascule exprimée en fonction de x , L et m_A .

La droite courbée !

Sous l'action des forces en A , B et O , la planche se courbe. Elle se comporte alors comme un ressort de raideur k .

- Pour un ressort de longueur au repos l_0 et de longueur étiré l , rappelez l'expression de la force de rappel du ressort et l'énergie potentielle associée.

On repère l'extrémité B du ressort par son altitude z . Lorsqu'il n'y a pas de masse en B , la planche est bien droite et horizontale et l'altitude de B est alors z_0 .



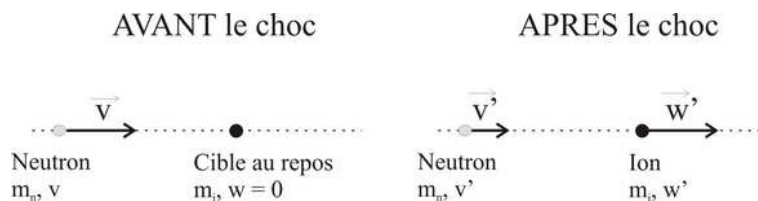
8. En tenant compte de fait que la planche se comporte comme un ressort de raideur k , donnez l'expression de la force que la planche exerce sur la masse m_B lorsque B est à l'altitude z .
9. On considère à présent comme système la masse m_B :
 - (a) Écrivez le principe fondamental de la dynamique pour la masse m_B .
 - (b) Déduisez-en l'altitude à laquelle se trouve B lorsque la masse m_B est au repos (système à l'équilibre).
 - (c) Donnez alors l'altitude de repos de B lorsqu'on dépose en B la masse critique $m_{B\max}$.

II. La masse du neutron

La vitesse et la masse des neutrons ne peuvent être mesurées directement, comme il est possible de le faire avec les particules chargées en observant l'effet d'un champ électrostatique sur leur trajectoire. Néanmoins, dans les années 1930, Chadwick réalisa une expérience pour évaluer la masse du neutron.

Choc frontal élastique de deux particules

On dirige un faisceau de neutrons sur une cible constituée d'atomes dont on connaît les masses. La collision d'un neutron avec un atome de la cible arrache cet atome et le projette sous sa forme ionique, dont il est possible de mesurer la vitesse.



On note v et v' la vitesse du neutron avant et après le choc, w et w' celle de l'atome arraché à la cible, m_n la masse du neutron et m_i celle de l'atome ionisé. On suppose que l'atome cible est initialement au repos ($w = 0$) et que le choc est élastique.

1. Écrivez les relations de conservation sur l'impulsion et l'énergie
2. En utilisant les équations précédentes, exprimez w' en fonction de v , m_n et m_i .

Indication: On pourra utiliser la relation sur la conservation de l'impulsion pour exprimer v' en fonction de w' , v , m_n et m_i puis réinjecter cette expression dans la relation sur la conservation de l'énergie pour obtenir w' en fonction de v , m_n et m_i .

Masse du neutron

Comme il a été dit précédemment, on ne peut pas mesurer la vitesse d'un neutron, on ne peut donc pas connaître v . On peut en revanche s'assurer que, d'une expérience à l'autre, v ait à peu près la même valeur. En reproduisant l'expérience précédente pour deux types d'atomes cibles différents dont les masses sont bien connues, on peut alors éliminer v entre les équations obtenues.

3. Appliquez le résultat de la partie précédente au cas d'une cible d'atomes d'hydrogène (ion H^+) de masse $m_i = m_p$ et donnez $w' = w'_p$ en fonction de v , m_n et m_p .
4. Même question dans le cas d'une cible d'azote (masse m_N , vitesse d'éjection w'_N).
5. Déduisez-en le rapport w'_p/w'_N en fonction des rapports m_n/m_p et m_N/m_p , puis le rapport m_n/m_p en fonction de w'_p/w'_N et m_N/m_p .

6. Évaluez numériquement m_n/m_p

Données numériques:

$$\frac{m_N}{m_p} = 14 \quad \frac{w'_p}{w'_N} = 7,5$$

III. Thermodynamique

Une enceinte de volume $V = 30 \text{ L}$ est divisée en trois compartiments de même volume par des parois escamotables. Toutes les parois extérieures et intermédiaires sont des isolants thermiques parfaits.

Compartiment 1	Compartiment 2	Compartiment 3
Argon n_1 moles T_1	Vide	Diazote n_3 moles T_3

Le compartiment de gauche (1) contient n_1 moles d'argon à la température T_1 , celui de droite (3) contient n_3 moles de diazote (N_2) à la température T_3 , le compartiment central (2) est vide de tout gaz.

Tous les gaz seront considérés comme des gaz parfaits.

Mélangeons, mélangeons...

1. Exprimez les énergies internes initiales de chaque gaz, puis du système constitué par l'ensemble des deux gaz.
2. On enlève la paroi séparant les compartiments 1 et 2 pour faire un compartiment unique. Déterminez le volume, la pression et la température du gaz dans ce nouveau compartiment.
3. On supprime maintenant la paroi séparant le compartiment contenant l'argon (1 + 2) et le compartiment contenant le diazote (3), les gaz se mélangent. Donnez l'expression de l'énergie interne finale du mélange en fonction de la température finale T_f . En déduire l'expression de T_f en fonction de n_1 , n_3 , T_1 et T_3 .

4. *Application numérique:*

$$n_1 = n_3 = 1 \text{ mol}, \quad T_1 = 293 \text{ K}, \quad T_3 = 380 \text{ K}$$

Calculez T_f .

5. Déterminez la pression finale p_f qui règne dans l'enceinte, ainsi que la pression partielle finale de chacun des gaz.

Mélange quasi-statique

On repart maintenant de la situation initiale. On fait communiquer par un fin tuyau les compartiments 1 et 2. À la fin de cette transformation, le système constitué par le gaz 1 est donc dans l'état suivant : n_{1f} moles dans le compartiment 1 (volume : $V/3$, pression : p_{1f} , température : T_{1f}) et n_{2f} moles dans le compartiment 2 (volume : $V/3$, pression : p_{2f} , température : T_{2f})

6. En utilisant la conservation du nombre total de moles, trouvez une relation entre p_{1f} , p_{2f} , T_{1f} , T_{2f} d'une part, p_1 , T_1 d'autre part.
7. Trouvez la relation existant entre les pressions finales p_{1f} et p_{2f} .

8. Calculez l'énergie interne finale de l'ensemble du gaz 1. Déduisez-en la variation d'énergie interne pour l'ensemble du gaz. Donnez alors les valeurs de p_{1f} et de p_{2f} .
9. On suppose que pour le gaz resté dans le compartiment 1, la transformation a été quasi-statique ; pour ce gaz, la pression est alors reliée à la température par la formule :

$$p_{1f} = p_1 \left(\frac{T_{1f}}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Déterminez les températures T_{1f} et T_{2f} .

Application numérique (on prendra $\gamma = 1,4$).