

Durée de l'épreuve 1 heure.

Eteindre et ranger les téléphones portables.

Le sujet comporte un exercice et un problème indépendants.

Toutes les réponses devront être justifiées et explicitées.

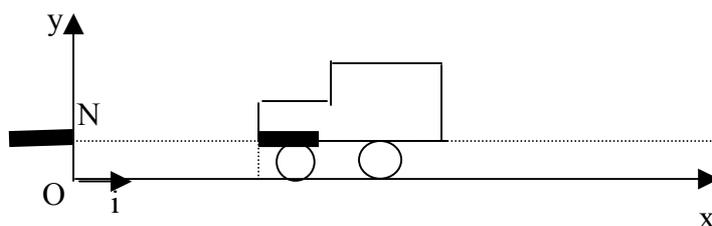
Exercice sur les équations aux dimensions. (4 points)

1. Quelle est la dimension d'une énergie ?
2. Quelle est la dimension d'une force ? En déduire la dimension d'une pression.
3. On veut trouver une relation entre la pression P et le volume V d'un gaz qui soit homogène à une énergie. Par des considérations dimensionnelles expliquer quelle relation il faut choisir : PV^2 , P/V , PV , P/V^2 .

Problème sur la dynamique. (16 points)

On considère une petite voiture de masse m qui se déplace sans frottements sur un rail horizontal. Elle possède à l'avant un aimant horizontal. La face nord de cet aimant est dirigé vers l'avant de la voiture. A une extrémité du rail on fixe un autre aimant horizontal : face nord du côté de la voiture.

On appelle x la position de la face nord de l'aimant de la voiture par rapport à la face nord de l'aimant fixe. (voir schéma ci-dessous)



L'aimant fixe exerce sur l'aimant mobile une force répulsive $\vec{F}(x)$ dont l'énergie potentielle est donnée par : $E_p(x) = \frac{C}{x^3}$ où C est une constante qui dépend des caractéristiques des 2 aimants.

Données numériques : $C = 2,5 \cdot 10^{-5}$ USI ; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 500 \text{ g}$.

Les questions 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes

1. Calculer la dimension et l'unité de C .
2. A partir de la relation entre une force conservative et son énergie potentielle, calculer l'expression de la force $\vec{F}(x)$. Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de la norme de cette force.
3. Donner l'allure de la représentation graphique de $E_p(x)$ pour x positif.
4. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la voiture. Les représenter sur un schéma.
5. On lance la voiture à partir d'une abscisse $x_i = 50 \text{ cm}$ avec une vitesse $v_i = 10 \text{ cm.s}^{-1}$ vers l'aimant fixe.
 - a. Donner l'expression de l'énergie mécanique initiale E_{mi} du système. Application numérique.
 - b. Comment va varier cette énergie mécanique au cours du mouvement ? Justifier.
 - c. Faire sa représentation graphique sur le graphe du 3.

6. On observe que la voiture ralentit puis repart dans l'autre sens. Déterminer graphiquement l'abscisse x_r du point de rebroussement de la voiture. Expliquer pourquoi la voiture repart dans l'autre sens.
7. Sur le graphe du 3, faire la représentation graphique de l'énergie cinétique du mobile en fonction de x .
8. A l'aide du théorème de l'énergie mécanique exprimer la vitesse $v(x)$ de la voiture en fonction de son abscisse x .
En quel point la vitesse sera-t-elle maximale ? En déduire l'expression de sa vitesse maximale v_{max} en fonction de E_{mi} et de m . Calculer v_{max} .
9. Maintenant on considère qu'il y a un léger frottement de la voiture sur le rail. On appelle R_T le module constant de la force de frottement et x'_r l'abscisse du nouveau point de rebroussement.
 - a. Exprimer le travail de cette force de frottement entre le point de départ d'abscisse x_i et le point de rebroussement d'abscisse x'_r . Vérifier son signe.
 - b. A l'aide du théorème de l'énergie mécanique, donner l'expression reliant x'_r , E_{mi} et x_i .

CORRIGE SUCCINCT DE L'INTERROGATION DU 10 NOVEMBRE

Exercice : 4 points

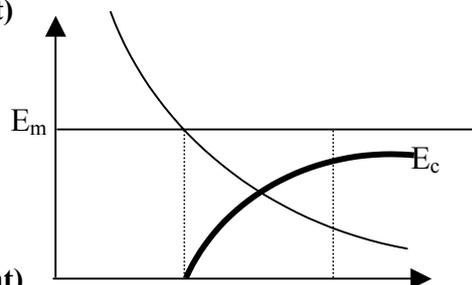
1. $E = (1/2)mv^2 \Rightarrow [E] = ML^2T^{-2}$ **1 point**
2. $F = ma \Rightarrow [F] = MLT^{-2}$ **1 point** ; $P = F/S \Rightarrow [P] = ML^{-1}T^{-2}$ **1 point**
3. Il faut choisir PV car $[PV] = ML^2T^{-2}$ **1 point**

Problème : 16 points

1. $C = E_p / x^3 \Rightarrow [C] = [E_p][x]^{-3} = ML^5T^{-2}$ **(0,5 point)**; unité : $kg \cdot m^5 \cdot s^{-2}$ **(0,5 point)**
2. $F_x = -dE_p / dx$ **(0,5 point)** $\Rightarrow \vec{F} = \frac{3C}{x^4} \vec{i}$ **(1 point)** ; $[F] = (ML^5T^{-2}) / L^4 = MLT^{-2}$ **(0,5 point)**
3. Il faut $x > 0$; à l'infini $E_p \rightarrow 0$; en 0 $E_p \rightarrow \infty$ **(0,5 point)**

Courbe **(1 point)**

4. le poids P vertical vers le bas
la réaction du sol R : vertical vers le haut
la force F : horizontal vers la droite **(0,5 point)**



5. $E_{mi} = (1/2)mv_i^2 + C / x_i^3 = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ **(0,5 + 0,5 point)**

$E_m = \text{constante}$ car le travail de R est nul **(0,5 + 0,5 point)**

sa représentation graphique est donc une droite horizontale **(0,5 point)**

6. pour x_r graphique **(1 point)**, la voiture est soumise à une force répulsive donc elle repart dans l'autre sens. **(1 point)**
7. Représentation graphique : **(1 point)**
8. $E_m(x) - E_m(x_i) = 0$; $v(x) = [v_i^2 + (2C/m)(1/x_i^3 - 1/x^3)]^{1/2}$ **(0,5 + 1 point)**
A l'infini l'énergie potentielle est nulle, donc la vitesse y est maximale **(0,5 point)**
on a $E_{mi} = (1/2)mv_{\max}^2$ d'où $v_{\max} = (2E_{mi}/m)^{1/2} = 0,104 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ **(0,5 + 0,5 point)**
9. $W_{AB}(R_T) = R_T(x'_r - x_i)$ négatif **(1 + 0,5 point)**.
Le point de rebroussement se fera en x'_r tel que $C / x_r^3 - [C / x_i^3 + (1/2)mv_i^2] = R_T(x'_r - x_i)$ **(1 point)**