

Contrôle Continu n°2

(Durée : 2h)

Les calculatrices de type « collègue » (non graphiques, non programmables) sont autorisées. Les exercices sont indépendants les uns des autres et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.

Problème I : Energie potentielle d'interaction

On considère une particule soumise à une force conservative d'interaction dont l'énergie potentielle peut se mettre sous la forme:

$$E_p(x) = 3x^2 - x^3 \text{ dans l'intervalle } -2 < x < 4 \text{ (unités du S.I.)}$$

- 1) Donner les valeurs de x pour lesquels la fonction E_p s'annule. Représenter la fonction $E_p(x)$.
- 2) Donner l'expression de la force dont dérive l'énergie potentielle E_p . Cette force est-elle positive, négative ou nulle lorsque: a) $-2 < x < 0$, b) $0 < x < 2$, c) $2 < x < 3$, d) $3 < x < 4$?
- 3) Existe-t-il une position d'équilibre pour cette molécule?. S'agit-il d'un équilibre stable ou instable?. Justifier la réponse avec les résultats obtenus en 2).
- 4) Donner l'expression de l'énergie mécanique de la molécule. Décrire le mouvement de la molécule lorsque son énergie mécanique, E_M , est: a) $E_M = -3$ Joules, b) $E_M = 2$ Joules ?.

Problème II : Existe-t-il une atmosphère gazeuse sur la Lune?

Partie A

- 1) Donner l'expression de la force d'attraction gravitationnelle subie par un corps de masse m dû à la présence d'un astre de masse M . On supposera que le corps et l'astre se comportent comme deux particules ponctuelles séparées d'une distance r .
- 2) Donner l'expression de l'énergie potentielle de gravitation du corps de la question 1) lorsque il se trouve à la distance r de l'astre de masse M . (on prendra le zéro d'énergie potentielle à l'infini)
- 3) Le corps de masse m est maintenant placé à la surface de l'astre de rayon R et de masse M (c'est-à-dire $r=R$). Pour continuer à utiliser les expressions obtenues en 1) et 2) on supposera que la masse de l'astre est concentrée au centre de celui-là. Si la force gravitationnelle est la seule force agissant sur le corps de masse m : a) Donner l'expression de son énergie mécanique. b) L'énergie mécanique est-elle conservée? Pourquoi?
- 4) Pour que le corps de masse m s'échappe au champ de gravitation de l'astre, il faut au moins que son énergie mécanique soit nulle. En déduire la vitesse minimale d'échappement du corps de masse m ? Faire l'application numérique dans le cas de la Terre et dans le cas de la Lune. (A.N. $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$; Terre: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg, $R_T = 6.4 \cdot 10^6$ m; Lune: $M_L = 7.4 \cdot 10^{22}$ Kg, $R_L = 1.7 \cdot 10^6$ m).

Partie B

On va comparer ces vitesses à la vitesse quadratique moyenne d'agitation thermique des molécules à la température T .

- 1) Donner l'expression de l'énergie cinétique moyenne de translation d'une molécule de masse m en fonction de la vitesse quadratique moyenne.
- 2) En utilisant le principe d'équipartition de l'énergie relier l'énergie cinétique moyenne de translation à la température des molécules. Donner ainsi l'expression de la vitesse quadratique moyenne en fonction de la température T .
(A.N. $K = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, $T = 300 \text{ K}$, masse molaire des molécules de $\text{O}_2 = 32 \text{ g}$).
- 3) Comparer le résultat obtenu dans la partie B question 2 avec les résultats obtenus dans la partie A question 4). Si la température sur la surface de la Lune dépasse dans la journée le 100°C , qu'est-ce qu'on peut conclure sur la possibilité de trouver des molécules d'oxygène en proximité de sa surface?

Problème III : Cycles de Carnot

Le rendement, ρ , d'un moteur thermique à air (gaz diatomique supposé parfait) est défini par le rapport $|W_t|/Q_c$, où $|W_t|$ est le module du travail fourni par le moteur au cours du cycle et Q_c la quantité de chaleur fournie par une source chaude. Dans un cycle de Carnot, il y a 4 transformations thermodynamiques quasi statiques: une détente isotherme, une détente adiabatique et une compression isotherme en contact avec une et une compression adiabatique.

- 1) Le cycle de Carnot ($A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$) est tracé dans la figure 1. Reconnaître les quatre transformations dans la figure.
- L'air (n moles) est initialement dans l'état A ($T_A = 300 \text{ K}$, P_A , $V_A = 0.1 \text{ litre}$) est comprimé de façon adiabatique jusqu'à atteindre l'état B ($T_B = 600 \text{ K}$, P_B , V_B). Dans la suite, on va montrer que le rendement du cycle de Carnot dépend seulement des températures T_A et T_B .
- 2) Quelle est la différence d'énergie interne totale du cycle? Enoncer le premier principe de la thermodynamique et appliquer le pour trouver le travail total échangé dans le cycle, W_t , fonction des chaleurs échangées dans les deux transformations isothermes. On notera Q_c la chaleur échangée pendant la détente isotherme d'un volume V_B à un volume V_C , et Q_f la chaleur échangée pendant la compression isotherme d'un volume V_D à un volume V_A .
- 3) Dans une transformation isotherme d'un gaz parfait que vaut la variation d'énergie interne? Calculer le travail fourni par le gaz et en déduire la chaleur échangée avec l'extérieur (source). Appliquer aux deux transformations isothermes de la figure 1.
- 4) Quelle est l'énergie échangée sous forme de travail dans une transformation adiabatique d'un gaz parfait? Calcule W_t à partir de l'addition des quatre travaux échangés dans les quatre transformations. Comparer ce résultat à celui obtenu en 2).
- 5) On peut démontrer (facultatif) que $V_C/V_B = V_D/V_A$. Démontrer que $\rho_{\text{Carnot}} = (T_B - T_A)/T_B$. Nous avons donc démontré que le rendement du moteur décrit par le cycle de Carnot dépend seulement de la différences de températures $T_B - T_A$.
- 6) A.N. Calculer ρ_{Carnot} .

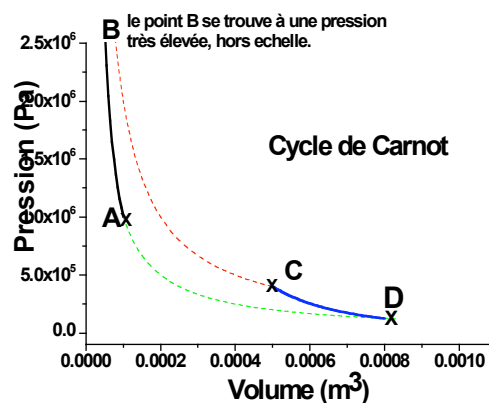


Figure 1. cycle de Carnot. Il s'agit d'un cycle fermé ; le point B est hors échelle.