CONTRÔLE DE PHYSIQUE N^{O} 1

3 novembre 2005

Durée : 1 h

Les documents et les calculatrices sont interdits. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.

Exercice 1

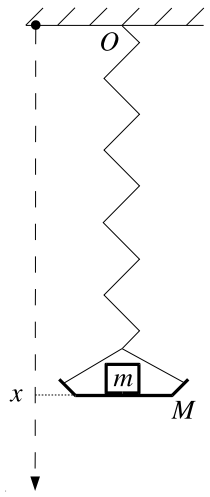
Une corde de violon de longueur ℓ et de masse m est soumise à une force de tension F. Lorsqu'elle vibre, un ébranlement se propage à une vitesse v le long de la corde et un son de fréquence f est produit.

1. Donner, en les justifiant, les dimensions de F, v et f. On notera M la dimension d'une masse, L celle d'une longueur et T celle d'un temps.
2. La vitesse peut s'exprimer sous la forme
$$v = C\, m^{\alpha}\, \ell^{\beta}\, F^{\gamma},$$
où C est une constante sans dimension. Déterminer α, β et γ.
3. En déduire, à une constante multiplicative sans dimension près, l'expression de la fréquence en fonction de m, ℓ et F.
4. Donner un ordre de grandeur de la fréquence à laquelle vibre une corde longue de 40 cm et de masse égale à 2 g lorsqu'elle est soumise à une tension de 800 N.
Cette valeur est-elle raisonnable (on pourra la comparer à 440 Hz, la fréquence de la note la_3, qui sert de référence en musique) ?

Exercice 2

On considère un plateau horizontal de masse M suspendu rigidement à un ressort vertical (voir schéma). Le ressort a une raideur k, une longueur à vide ℓ_0 et une masse négligeable. Un cube de masse m est posé sur le plateau. On notera g l'accélération de la pesanteur et on négligera les frottements.

On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. On repère la position du plateau par son abscisse le long d'un axe vertical (Ox) dirigé vers le bas, dont l'origine O est l'extrémité supérieure (fixe) du ressort. On confondra les positions du plateau, du cube et de l'extrémité inférieure du ressort.



1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le système {plateau, cube}.
2. Déterminer la position d'équilibre x_e de ce système.
3. On tire sur le plateau jusqu'à l'abscisse $x_e + \delta$ (avec $\delta > 0$). À l'instant $t = 0$, on le lâche. Écrire sans la résoudre l'équation du mouvement du système {plateau, cube} (cette équation relie $x(t)$ et ses dérivées par rapport au temps).
4. La solution de cette équation est de la forme

$$x(t) = x_e + \delta \cos(\omega t),$$

   où ω est une constante dont on précisera la dimension.

   En introduisant cette solution dans l'équation du mouvement, déterminer l'expression de ω en fonction des données du problème.

   Vérifier l'homogénéité de cette expression.
5. Faire l'inventaire des forces exercées sur le cube et en déduire l'équation du mouvement de celui-ci (on notera $\vec{R} = R_x \vec{u}_x$ la réaction du plateau sur le cube).
6. Quel est le signe de R_x ? À quelle condition sur R_x le cube décolle-t-il du plateau ?
7. Représenter schématiquement R_x en fonction du temps et en déduire la valeur maximale δ_{max} de δ pour que le cube reste sur le plateau.
8. On suppose que $\delta > \delta_{max}$. Que vaut x quand le cube décolle ? Ce résultat était-il prévisible ?