**Université Pierre et Marie Curie**
Licence de Sciences et Technologies
Cycle d'intégration L1
LP 102 : Physique du mouvement

**Année 2004-2005**

# Examen de Physique.

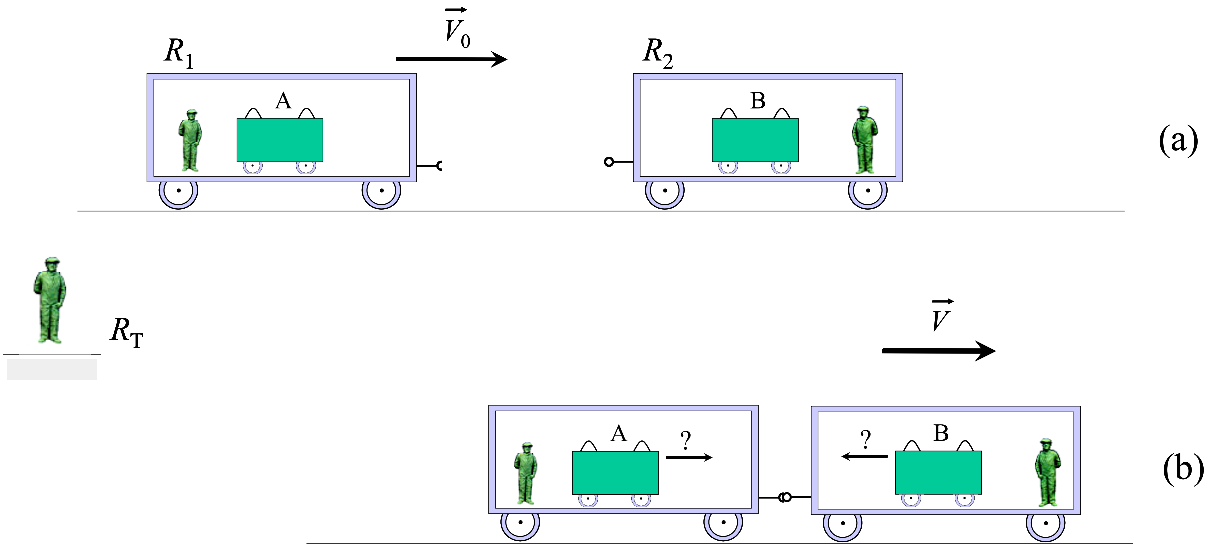
Le 6 septembre 2005 - Durée 2 heures

*Les réponses aux diverses questions posées doivent être argumentées.*
*L'emploi des calculatrices ou l'utilisation de documents ne sont pas autorisés.*

## I. Choc de deux wagons de train

Un wagon de train, de masse $M$ en *l'absence de chargement*, est animé d'une vitesse constante $\overrightarrow{V}_0$ parfaitement rectiligne et horizontale. Il vient percuter un deuxième wagon, de masse identique, au repos (voir figure a). Chaque wagon est chargé d'une malle à roulettes contenant une quantité considérable de lingots d'or. La malle A, de masse $m_A$, ainsi que la malle B, de masse $m_B$, sont initialement au repos dans leur wagon respectif. On considère qu'elles sont libres de se déplacer horizontalement sur le sol de chaque wagon.

Après le choc, les deux wagons accouplés ont une vitesse $\overrightarrow{V}$ et le système est alors dans l'état de la figure b.




Dans l'analyse qui suit, on négligera le frottement de l'air et les frottements de roulement au sol. Le référentiel terrestre $R_T$ sera supposé galiléen et le chef de gare est au repos dans ce référentiel. Deux passagers immobiles par rapport aux wagons, constituant les référentiels $R_1$ et $R_2$ respectivement, observent également le mouvement des malles lors du choc. Leur masse est négligeable devant celle des wagons ou des malles.

1. Justifier le fait que la quantité de mouvement totale $\overrightarrow{P}_T$ du système est une constante lors de ce choc. Quelle est sa direction ?

2. Exprimer la quantité de mouvement totale avant le choc; on la désignera par $\overrightarrow{P}_a$.

3. Exprimer la vitesse de chaque malle dans le référentiel $R_T$, $\overrightarrow{v}_A$ et $\overrightarrow{v}_B$, juste après le choc (figure b). On utilisera une des trois lois de Newton en précisant bien laquelle.

4. Exprimer la quantité de mouvement totale juste après le choc; on la désignera par $\overrightarrow{P}_b$. En déduire la vitesse $\overrightarrow{V}$ des deux wagons couplés en fonction de $\overrightarrow{V}$.

5. S'agit-il d'un accroissement ou d'une diminution de la vitesse ?

   Par la suite les malles entrent en collision avec une des parois de leur wagon respectif. Le choc est parfaitement mou (inélastique) et, dans l'état final (c), l'ensemble du système est animé de la nouvelle vitesse $\overrightarrow{V}_f$ et a pour quantité de mouvement $\overrightarrow{P}_c$.

6. Exprimer $\overrightarrow{P}_c$ et en déduire $\overrightarrow{V}_f$ en fonction de $\overrightarrow{V}$ et des masses.

7. Pour chacun des cas $m_A > m_B$, $m_A < m_B$ et $m_A = m_B$, s'agit-il d'un accroissement ou d'une diminution de la vitesse (comparé à l'état b)?

8. Décrire le mouvement de la malle A vu par l'observateur (référentiel $R_1$) dans le wagon incident. On précisera la vitesse $\overrightarrow{v}'_A$ de la malle A dans ce référentiel et dans chaque état (a, b, puis c). De façon analogue, décrire le mouvement de la malle B, de vitesse $\overrightarrow{v}'_B$, vu par l'observateur $R_2$.

## II. Orbite d'un satellite autour de la Lune

Un satellite $S$ de masse $m$ gravite autour de la Lune, supposée sphérique, de centre $O$, de rayon $R_L$ et de masse $M_L$. La constante de gravitation universelle est notée $G$. Le référentiel ayant pour origine le centre de la Lune est supposé galiléen. On supposera la Lune fixe et le satellite en mouvement autour d'elle.

1. Justifier l'approximation de la Lune fixe.

2. Exprimer l'accélération de la pesanteur $g_L$ à la surface de la Lune en fonction de $G$, $M_L$ et $R_L$.

   Donner la valeur numérique de $g_L$. Pour cela on prendra $G = 7 \times 10^{-11}$ N.m$^{-2}$.kg$^{-2}$, $R_L = 2000$ km et $M_L = 7 \times 10^{22}$ kg.

3. Montrer que le mouvement du satellite est plan.

4. En utilisant les coordonnées cylindriques $(r, \theta, z)$ associées à ce plan :

   (a) exprimer, à un instant quelconque $t$, la vitesse du satellite ;

   (b) exprimer le moment cinétique $\overrightarrow{L}_O$ du satellite par rapport au point O ;

   (c) montrer que le rayon $\overrightarrow{OS}$ balaie des aires égales pendant des temps égaux (loi des aires).

5. Sans démonstration, donner les différentes trajectoires possibles.

6. On considère une orbite circulaire à l'altitude $h$ au-dessus de la surface de la Lune. Pour cette orbite :

   (a) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique (ou deuxième loi de Newton), exprimer la vitesse $v$ du satellite et sa période de révolution $T$ en fonction de $g_L$, $R_L$ et $h$.

   Calculer numériquement $v$ et $T$. On se contentera d'un ordre de grandeur et, dans ce cas seulement, on posera $R_L + h \simeq R_L$. On prendra $\sqrt{2,5} \approx 1,6$.

   (b) Exprimer l'énergie mécanique du satellite en fonction de $m$, $g_L$, $R_L$ et $h$.

7. En un point A de l'orbite circulaire, on actionne les moteurs du satellite pendant un temps très court de façon à modifier la norme de sa vitesse en A, mais pas sa direction. L'orbite du satellite devient une ellipse dont le point A est le plus éloigné de la Lune. Soit $v_A$ la norme de la nouvelle vitesse en ce point A. On appellera B le point de l'orbite elliptique le plus proche de la Lune, à la distance $h_B = 10$ km de sa surface. Soit $v_B$ la vitesse en ce point B.

   (a) Exprimer les moments cinétiques $\overrightarrow{L}_O(A)$ et $\overrightarrow{L}_O(B)$. En déduire une relation entre $v_B$ et $v_A$.

   (b) Exprimer l'énergie mécanique du satellite aux deux points A et B.

   (c) en déduire une expression de $v_A$ en fonction de $g_L$, $R_L$, $h$ et $h_B$.

   (d) $v_A$ est-elle plus grande ou plus petite que $v$ ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?