Université Pierre et Marie Curie-Paris 6

Examen U.E. LP101
2ème Session 2007-2008

L'usage des calculatrices et de tout autre document est interdit.
Les parties I, II et III sont indépendantes, un barème indicatif est mentionné.
Durée : 2 heures.

I) Question de cours (environ 12 points) :

1) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique en précisant la signification de chaque terme.
2) Pour quel type de force peut-on définir une énergie potentielle ? Pour une force de ce type, donner la formule vectorielle la reliant à l'énergie potentielle.

II) Mécanique (environ 26 points) :

On considère le dispositif de la figure 1. Un anneau de masse *m* peut glisser sans frottement sur une tige horizontale. Il est attaché à un ressort de constante de raideur *k*, de masse négligeable et de longueur à vide l_0, dont l'autre extrémité est solidement attachée à un point fixe P. La position M de l'anneau est repérée sur la tige par son abscisse *x*, l'origine du repère étant un point O, projection orthogonale de P sur la tige. La distance entre O et P est notée *a*. Cette distance est inférieure à la longueur à vide l_0 du ressort.

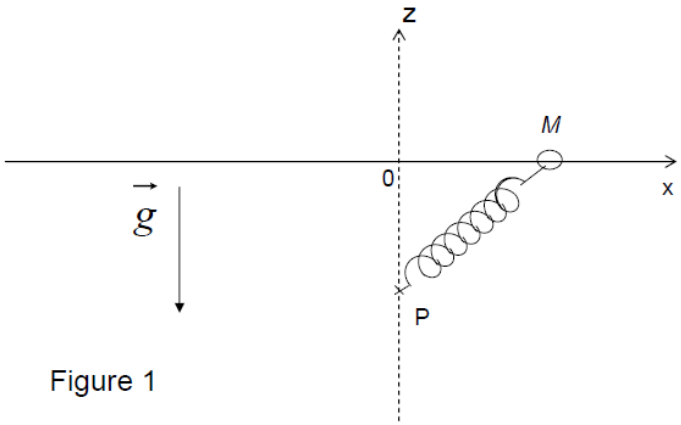


Figure 1

On note A et B les deux points de la tige qui correspondent aux positions de l'anneau pour lesquelles la longueur *l* du ressort est égale à sa longueur à vide l_0 (on considérera que B a une abscisse positive).

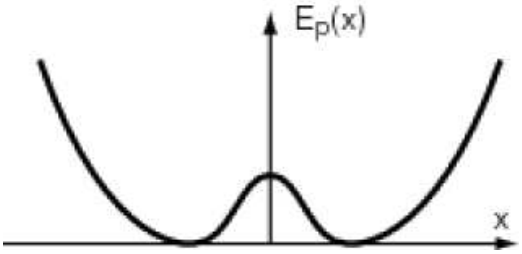
Analyse qualitative

1) En faisant un schéma des forces appliquées à l'anneau lorsqu'il se trouve en O puis en B, montrer, sans calcul, que ces deux points sont des positions d'équilibre de l'anneau.
2) Déterminer sans calcul la troisième position d'équilibre du système.
3) En faisant des schémas des forces appliquées à l'anneau de part et d'autre de chaque position d'équilibre, discuter la stabilité de celles-ci.

Analyse quantitative

1) Donner l'expression de la longueur $l(x)$ du ressort en fonction de l'abscisse x de l'anneau. En déduire que l'énergie potentielle $E_p(x)$ de l'anneau s'écrit (à une constante additive près) :

$$E_p(x) = \tfrac{1}{2} k(\sqrt{x^2 + a^2} - l_0)^2$$



2) Le graphe de $E_p(x)$ est tracé sur la figure ci-dessus. Reproduire ce graphe sur votre copie, et placer les abscisses des points O, A et B.
3) A quelle condition sur $E_p(x)$ l'anneau est-il à l'équilibre ? Déterminer par le calcul les abscisses des positions d'équilibre de l'anneau.
4) A partir du graphe, discuter la stabilité de l'équilibre en ces points.

Energie

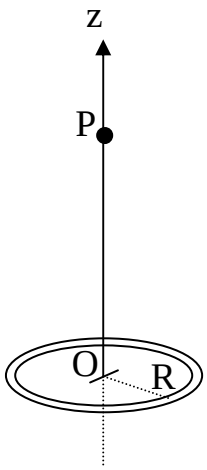
On place l'anneau au point M d'abscisse x_M telle que $E_p(x_M) = 2\ E_p(0)$, et on le lâche sans vitesse initiale.

1) Calculer $E_p(0)$ et placer cette valeur sur votre graphe.
2) Déterminer l'énergie mécanique $E_m(x)$ de l'anneau au cours de son mouvement. Dessiner la courbe correspondant sur le graphe de l'énergie potentielle $E_p(x)$.
3) En déduire les positions extrêmes de l'anneau au cours de son mouvement. Décrire ce mouvement.
4) On suppose maintenant que l'anneau frotte sur la tige lors de son déplacement. Quelle va être la position finale de l'anneau ? Représenter schématiquement l'évolution de l'énergie mécanique de l'anneau au cours de son mouvement.

III) Electrostatique (environ 17 points) :

1) Donner l'expression générale du potentiel électrique V créé en un point P par une charge ponctuelle q (q>0) fixée en un point O.
2) Donner l'expression générale du champ $\vec{E}$ électrique créé en un point P par une charge ponctuelle q (q>0) fixée en un point O (on fera un schéma représentatif).
3) Donner la relation vectorielle générale qui relie les deux grandeurs précédentes (potentiel et champ électriques).

4) On considère un anneau extrêmement fin, de centre O, posé à plat sur le sol (l'anneau est si fin qu'on peut considérer qu'il a un rayon moyen R). Il est uniformément chargé, de charge totale Q ($Q>0$).



4-a) En utilisant la symétrie du problème, donner la direction du champ électrique créé par l'anneau en un point P situé sur l'axe central de l'anneau, à l'altitude $z>0$. Faire un schéma.

4-b) Donner la distance $d(z)$ séparant le point P d'altitude $z>0$ d'un point quelconque de l'anneau.

4-c) Quelle est l'expression du potentiel $V(z)$ créé par l'anneau au point P d'altitude $z>0$?