Université P. et M. Curie
LP 101 - IPCM.

Année 2007-2008

Examen.

Mardi 27 Mai 2008.

Les calculatrices ne sont pas autorisées. Les téléphones doivent être éteints.
TOUTES LES RÉPONSES DOIVENT ÊTRE ARGUMENTÉES.

A - Question de cours (/10 pts).

On s'intéresse à l'écoulement d'un fluide de masse volumique ρ sous l'effet de la pesanteur. Soit M un point de l'écoulement, d'altitude z, où la vitesse est v et la pression P. On note g l'accélération de la pesanteur. Le théorème de Bernoulli exprime le fait suivant : sous certaines conditions, une certaine quantité reste constante le long de certaines lignes.

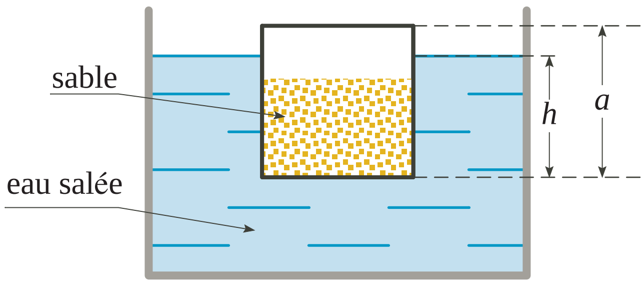
1. De quelles lignes s'agit-il ?
2. Enoncer ce théorème en donnant l'expression de cette quantité.
3. Préciser les conditions de l'application de ce théorème.
4. Vérifier l'homogénéité des différents termes qui composent cette quantité, et donner leur dimension physique.
5. Qu'exprime physiquement le théorème de Bernoulli ?

B - Exercice (/10 pts).

Un cube contenant du sable, de côté a, de volume $V = 8$ cm^3 ($V = a^3$), et de masse M, est déposé à la surface d'un récipient rempli d'eau salée ; il s'enfonce d'une hauteur h (Fig. 1). On note ρ la masse volumique de l'eau salée et g l'accélération de la pesanteur. Pour les valeurs numériques, on prendra $g = 10\ \mathrm{m\,.\,s^{-2}}$.

1. Si le cube chargé de sable est trop lourd, il coule. Quelle est la valeur critique M_0 que sa masse ne doit pas dépasser pour qu'il ne coule pas ? On l'exprimera en fonction des paramètres du problème.
2. Trouver l'expression de la hauteur immergée h en fonction de M (et des autres paramètres du problème).
3. On observe que pour $M = 8,4$ g, le haut du cube est au même niveau que l'eau, mais ne coule pas. En déduire la valeur de ρ en $\mathrm{kg\,.\,m^3}$.

Fig. 1 –



C - Problème (/35 pts).

Deux billes **1** et **2**, de même masse $m = 0,2$ g, portent la même charge $q = +\ 10^{-7}$ C. La bille **1** est fixée au sol ; soit A sa position. La bille **2** peut se déplacer le long d'une gouttière ascendante passant par A, faisant un angle $\alpha = 30\ °$ avec le plan horizontal. On note l la distance entre les deux billes assimilées à des points matériels, et z l'altitude de la bille **2** par rapport à la bille **1** repérée sur un axe vertical dirigé vers le haut (Fig 2). On suppose que les **frottements** au contact de la bille **2** et de la gouttière sont **négligeables**. Pour les applications numériques, on prendra les valeurs suivante :

- accélération de la pesanteur : $g = 10$ m . s^{-2} ;
- constante de l'électricité : $K = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\ 10^9$ unités SI.

1. Quelles sont les caractéristiques de la force $\overrightarrow{F}$ exercée par la bille **1** sur la bille **2** ? Préciser sa direction, son sens, et son module $F(l)$. La représenter sur la figure 2.
2. Pour une valeur l_0 de l, la bille **2** se trouve en équilibre.
   (a) Quelles sont les forces autres que $\overrightarrow{F}$ exercées sur la bille **2** ? Les représenter sur la figure 2.
   (b) Déduire de la condition d'équilibre de la bille l'expression de l_0 en fonction des données du problème (q, $m\,g$, α).
   (c) Evaluer numériquement l_0.
3. (a) Rappeler l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} de la bille **2** (c'est-à-dire l'énergie potentielle du système { bille **2** + Terre }) en fonction de z, puis de l. On prendra $E_{\text{pp}} = 0$ pour $z = 0$.
   (b) Rappeler l'expression de l'énergie potentielle d'interaction électrique entre les deux billes E_{pe} en fonction de l. On prendra $E_{\text{pe}} = 0$ lorsque les deux billes sont très éloignées l'une de l'autre.
   (c) L'énergie potentielle de la bille **2** sur la gouttière, soumise à l'action de la pesanteur et à celle de la bille **1** (c'est-à-dire l'énergie potentielle du système { bille **1** + bille **2** + Terre }), est une fonction de l notée $E_{\text{p}}(l)$. Montrer que cette fonction passe par un minimum pour une valeur de l dont on précisera l'expression en fonction des données du problème.
   (d) L'énergie potentielle $E_{\text{p}}(l)$ est représentée graphiquement sur la figure 3. Quelle est sa valeur numérique lorsque la bille **2** est à l'équilibre ?
4. Placée en B à une distance $l_1 = 1,80$ m de la bille **1**, la bille **2** est lâchée sans vitesse initiale.
   (a) Représenter, sur le graphique de la figure 3, l'énergie mécanique $E_{\text{méc}}$ du système ainsi que l'énergie cinétique E_{cin} de la bille **2**.
   (b) Décrire qualitativement le mouvement de la bille **2**.
   (c) Jusqu'à quelle distance minimale l_2 la bille **2** s'approchera-t-elle de la bille **1** ? Justifier soigneusement votre réponse.
   (d) A quelle distance de la bille **1** la vitesse de la bille **2** sera-t-elle maximale ? Évaluer numériquement cette vitesse maximum v_{max}.
5. En fait, les frottements de la bille **2** au contact de la gouttière n'étant pas négligeables, une fois lâchée de B sans vitesse initiale, la bille **2** s'approche jusqu'en C situé à une distance $l'_2 = 7,5$ cm de la bille **1** avant de repartir en sens inverse.
   (a) Ces frottements sont décrits par une force $\overrightarrow{f}$ constante. Évaluer numériquement son module.
   (b) Représenter, sur le graphique de la figure 4, l'évolution de l'énergie mécanique du système entre B et C.
   (c) Décrire le mouvement de la bille **2** une fois qu'elle est repartie de C en sens inverse.

FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE.

N° d'anonymat :

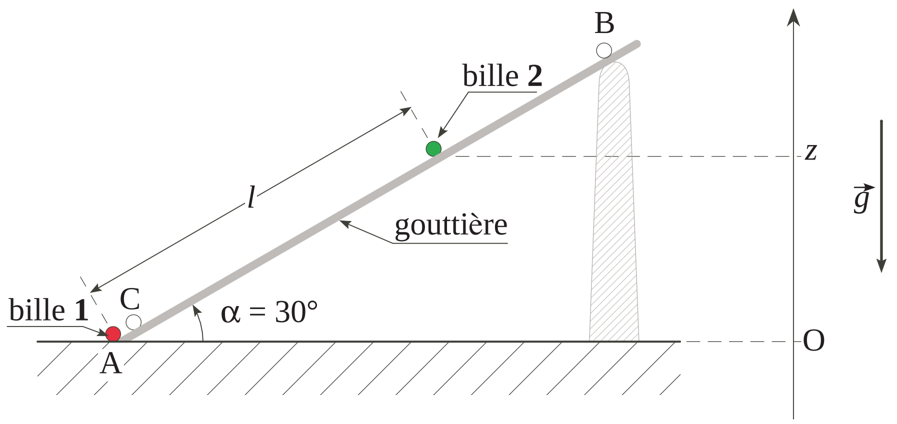


FIG. 2 –

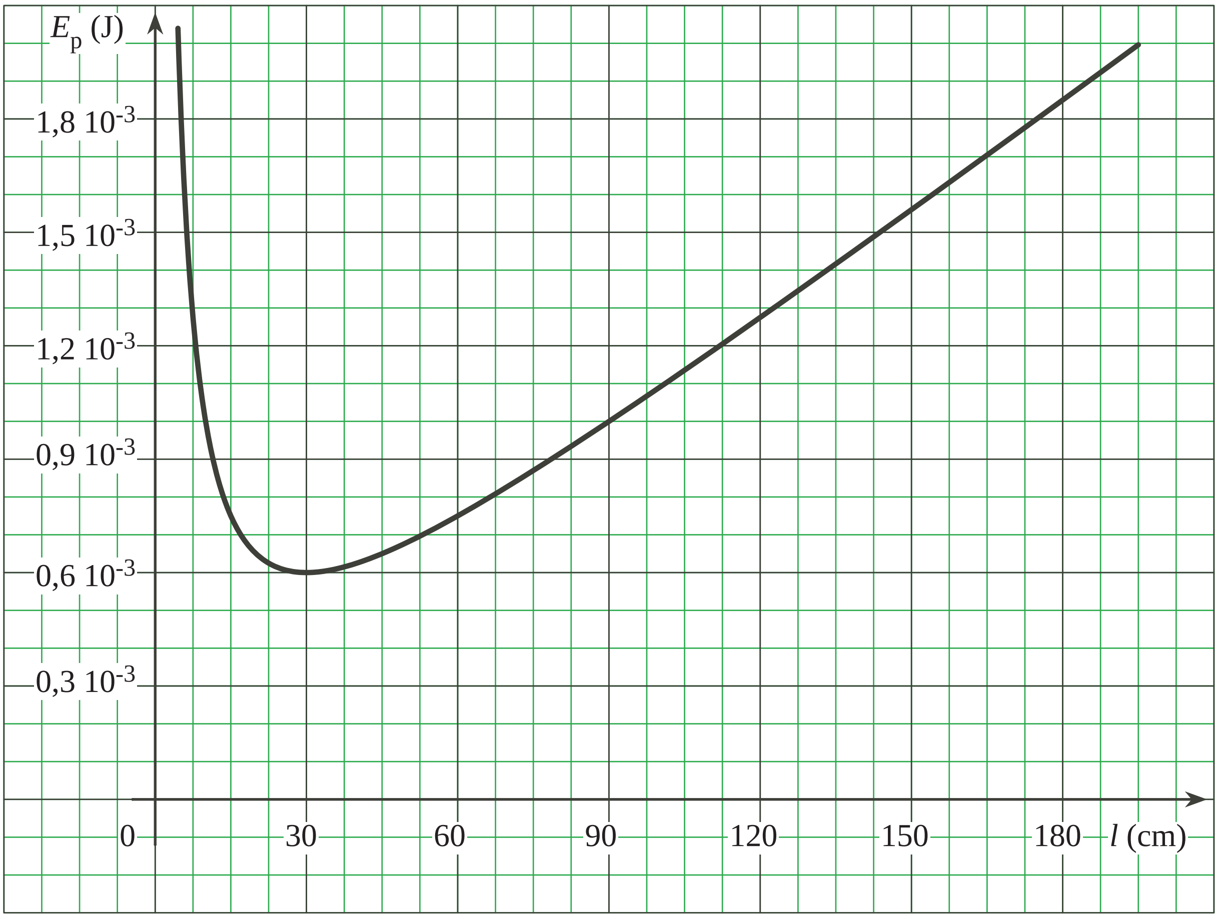


FIG. 3 –

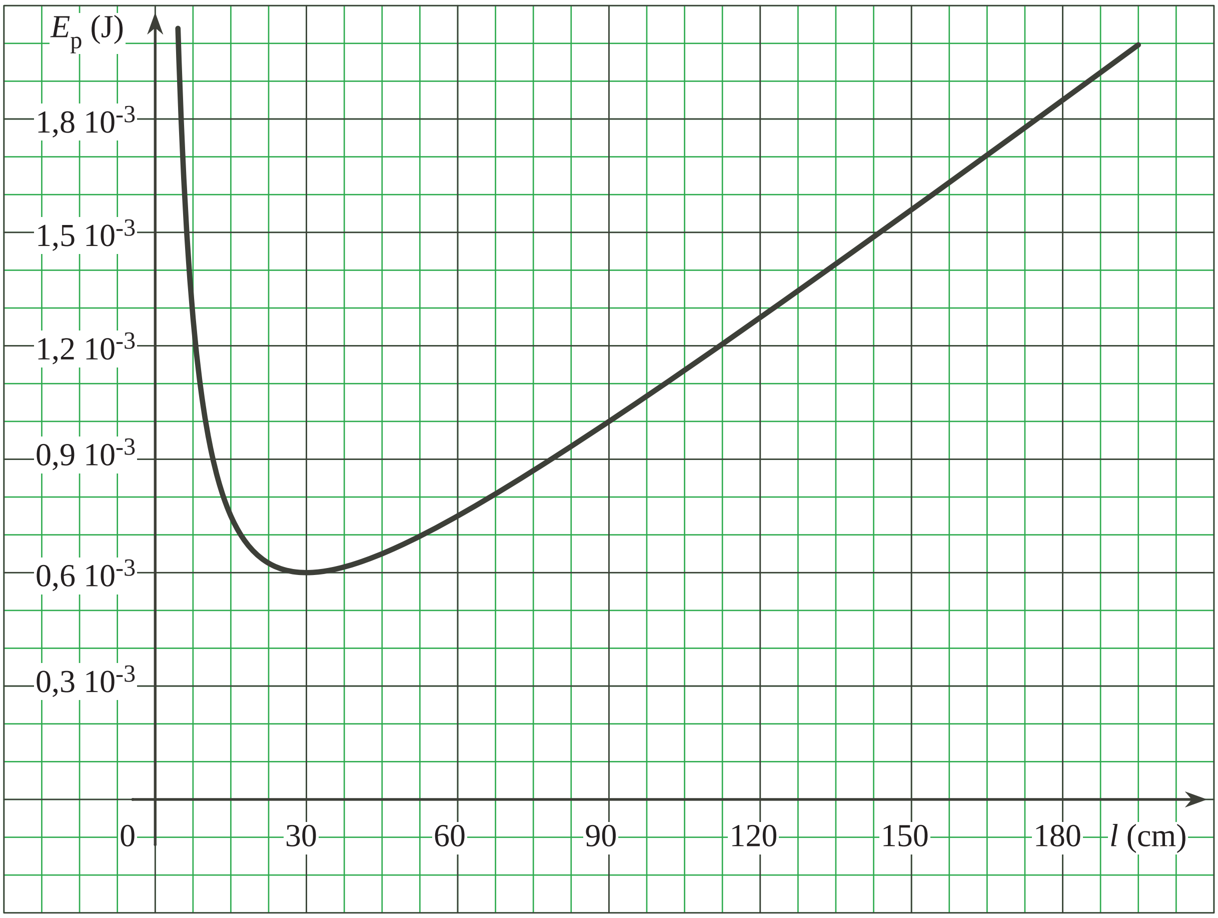

E_p (J)
1,8 10-3
1,5 10-3
1,2 10-3
0,9 10-3
0,6 10-3
0,3 10-3
0
30
60
90
120
150
180
l (cm)

Fig. 4 –