

Lecture de l'énoncé de l'exercice I

- Domaine : algèbre linéaire
- Références dans UeL
 - module « algèbre linéaire (matrices) »
- Il s'agit d'un exercice de calcul : il faut simplement savoir la méthode ([Comment inverser une matrice.doc](#)) et ne pas se tromper dans les calculs

Notation

On note L_i la i -ème ligne d'une matrice ou d'un déterminant et on note $aL_i + bL_j$ la combinaison linéaire obtenue en ajoutant à la i -ème ligne multipliée par a la j -ème ligne multipliée par b .

Résolution

I) Montrer que la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

est inversible et calculer son inverse.

On applique par exemple la méthode de transformation des matrices *Il s'agit d'une vraie méthode par de bidouillage (personnellement je n'aime pas)*

$$\begin{array}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ L_1 - 2L_3 \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ L_1 - L_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ L_3 - 2L_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{Modif ici} \\ \begin{pmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
L_2 - 2L_4 \\
L_2 / -3 \\
L_4 - 2L_2
\end{array}
\begin{array}{l}
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l}
\begin{pmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 2/3 & 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} -1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}
\end{array}$$

On obtient à droite l'expression de B^{-1}